

# Približni postupak određivanja perioda osciliranja okvira

Zlatko Maglajlić, Goran Simonović

## Ključne riječi

okvirna konstrukcija,  
pričvršćeni postupak,  
period osciliranja,  
krutost zidova,  
kontrola proračuna,  
forma osciliranja

## Key words

frame structure,  
approximation procedure,  
oscillation period,  
wall stiffness,  
calculation check,  
oscillation form

## Mots clés

structure-cadre,  
procédure  
d'approximation,  
période d'oscillation,  
rigidité des murs,  
vérification des calculs,  
forme d'oscillation

## Ключевые слова

рамочная конструкция,  
приблизительный  
способ,  
период колебания,  
жесткость стен,  
контроль расчёта,  
форма колебания

## Schlüsselworte

Rahmenkonstruktion,  
Näherungsverfahren,  
Schwingungsperiode,  
Wändesteifigkeit,  
Berechnungskontrolle,  
Schwingungsform

Z. Maglajlić, G. Simonović

Prethodno priopćenje

## Približni postupak određivanja perioda osciliranja okvira

*U radu su prikazane neke od približnih metoda za određivanje formi i perioda osciliranja okvirnih konstrukcija. Razmatrana je i predložena približna metoda pri čemu se u proračun ulazi sa približno određenim relativnim krutostima katova i prizemlja. Odstupanja rezultata dobivenih predloženim približnim postupkom od onih dobivenih točnjim proračunima maloga su reda veličina. Stoga je istaknuto da se metoda može rabiti u praksi i za kontrolu proračuna složenih sustava računalom.*

Z. Maglajlić, G. Simonović

Preliminary note

## Approximation procedure for determining oscillation period of frame structures

*Some approximate methods for determining the forms and periods of oscillation for frame structures are presented in the paper. An approximation method, based on approximate relative stiffnesses of the storeys and the ground floor, is analyzed and proposed. The results obtained by the proposed approximate procedure do not greatly deviate from those obtained by more accurate calculations. It is therefore emphasized that the method can be used both in practice and for checking computer-based analysis of complex systems.*

Z. Maglajlić, G. Simonović

Note préliminaire

## Procédure d'approximation pour déterminer la période d'oscillation des cadres

*Quelques méthodes d'approximation utilisées pour déterminer les formes et les périodes d'oscillation des structures-cadres sont présentées dans l'ouvrage. Une méthode d'approximation, basée sur la rigidité relative et approximative des étages et du rez-de-chaussée, est analysée et proposée. Les résultats obtenus par la procédure d'approximation proposée ne s'écartent pas de manière considérable de ceux obtenus par des calculs plus précis. Par conséquent, les auteurs soulignent que la méthode peut être utilisée en pratique et pour vérifier les analyses informatiques des systèmes complexes.*

3. Маглайлич, Г. Симович

Предварительное сообщение

## Приблизительный способ определения периода колебаний рамы

*В работе показаны некоторые из приблизительных методов по определению форм и периодов колебаний рамочных конструкций. Рассмотрен и предложен приблизительный метод, причем в расчёт входит с приблизительно относительными жесткостями этажей и нижним этажом. Отклонение результатов, полученных приблизительным способом от тех, полученных более точными расчётами, имеют малый порядок величин. Поэтому подчёркнуто, что предложенный способ может употребляться в практике и для контроля сложных систем компьютером.*

Z. Maglajlić, G. Simonović

Vorherige Mitteilung

## Näherungsverfahren für die Bestimmung der Rahmenschwingungsperiode

*Im Artikel sind einige der Näherungsverfahren für die Bestimmung der Schwingungsform und Periode von Rahmenkonstruktionen dargestellt. Erwähnt und vorgeschlagen ist ein Verfahren bei dem in die Berechnung annähernd bestimmte relative Steifigkeiten der Stockwerke und des Erdgeschoßes eingeführt werden. Abweichungen der Ergebnisse erreicht mit dem vorgeschlagenen Näherungsverfahren von denen erreicht durch genauere Berechnungen zeigen sehr kleine Größenordnung. Daher ist hervorgehoben dass dieses Verfahren in der Praxis auch zur Kontrolle von Berechnungen komplizierter Systeme mittels Rechenanlagen angewendet werden kann.*

Autori: Prof. dr. sc. Zlatko Maglajlić, dipl. ing. grad.; Goran Simonović, dipl. ing. grad., asistent, Građevinski fakultet u Sarajevu, 71000 Sarajevo, Patriotske lige 30., BiH

## 1 Uvod

Određivanje dinamičkih karakteristika građevinskih konstrukcija je veoma važno kada djeluju sile čiji se intenzitet mijenja s vremenom kao što su vjetar, potres, oprema s inercijalnim silama, vibracije tla izazvane nekim uzrokom i drugo. U građevinskom konstrukterstvu pri izboru načina proračuna za određivanje oblika i perioda osciliranja okvirnih konstrukcija bitno je voditi računa o odnosu krutosti stupova i greda. Krutost  $k_g = EI_g/L$  greda može biti znatno veća, nešto veća, približno ista ili manja od krutosti stupova  $k = EI_s/h$ . Ako je krutost greda znatno veća od krutosti stupova, pogodno je upotrijebiti teorijska rješenja ili neke od približnih postupaka povećane točnosti. Kada se radi o okvirnoj konstrukciji s gredama i stupovima gdje deformacije stropa utječu na pomake sustava, proračun takvih sustava pogodno je provesti primjenom računala. U ovom je slučaju približni proračun moguć serijskom vezom dvaju sustava: elastičnih stupova konzola bez greda i krutih stupova vezanih za elastične grede[1].

Vlastiti oblici i periodi osciliranja okvirnih konstrukcija velike krutosti katova u odnosu na stupove mogu se odrediti metodama razrađenim u dinamici konstrukcija [1-3,10]. Postoje i približne metode kojima se s velikom točnosti mogu odrediti oblici i periodi osciliranja kao Holzerov postupak ili iterativna metoda postupnog približavanja. Primjenom Holzerova postupka vlastite frekvencije osciliranja mogu se odrediti nezavisno jednih od drugih [2].

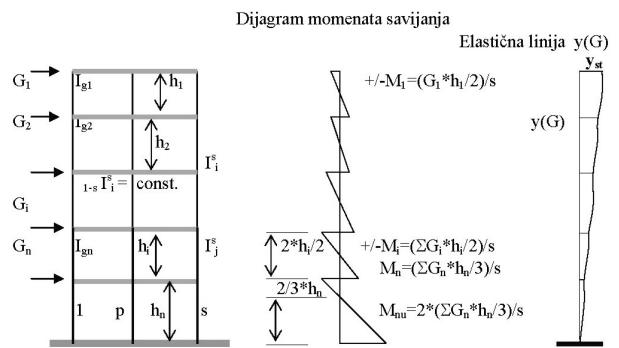
U ovome je radu predložen i približni postupak određivanja oblika i perioda osciliranja okvira. Krutost svih stupova kata određena je prema približnim vrijednostima rotacija čvorova na mjestima veze stupova i greda. Ovako približno određena krutost promatranoj kata rabi se kao krutost okvira s beskonačno krutim gredama. Za grede beskonačne krutosti i približno određenom krutosti katova pogodna je primjena Holzerova postupka.

## 2 Približne metode određivanja dinamičkih karakteristika okvira

Za određivanje dinamičkih karakteristika  $\omega$ ,  $T$ ,  $y$  okvirnih konstrukcija približnim metodama moguća su dva slučaja veze greda i stupova u čvorovima - grede su beskonačno krute i grede se uzimaju kao deformabilne u proračunu pomicanja okvira.

U praksi je čest slučaj okvirnih konstrukcija kod kojih su grede veće krutosti u odnosu prema stupovima. Pri određivanju oblika i perioda osciliranja u ovom slučaju grede katova mogu se usvojiti kao beskonačno krute (slika 1.). Pretpostavlja se da su nulte točke momenata savijanja na polovini visine stupova svih katova osim stupova prizemlja gdje se uzima da je to na 2/3 visine

stupova u prizemlju. Iz momenata savijanja stupova određuju se pomaci  $y_{st}$  gornjeg kata zbog horizontalnih sila  $G_i$  (slika 1.) [3].



Slika 1. Okvirna konstrukcija, grede ( $I_g \neq \infty$ )

Osnovna kružna frekvencija  $\omega_1$  i period osciliranja  $T_1$  okvirne konstrukcije dan je izrazom (1),

$$\omega_1 = 1,21\sqrt{g/y_{st}}, T_1 = 2\pi/\omega_1. \quad (1)$$

Osnovni period osciliranja  $T_1$  može se odrediti *kalkulatorom*.

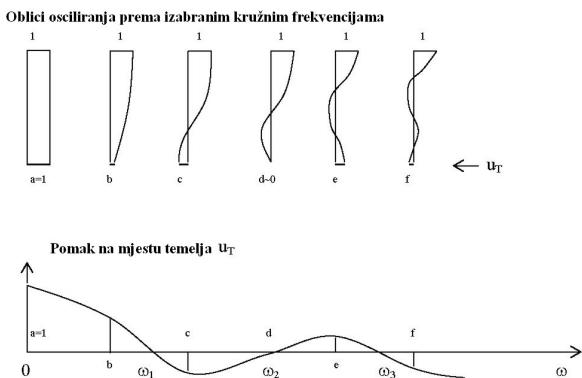
Ako su grede približno iste ili manje krutosti od stupova ovim postupkom dobiveni rezultati osjetnije odstupaju od onih dobivenih metodama dinamike konstrukcija [8].

Za ocjenu osnovnog perioda osciliranja konstrukcija postoje više približnih metoda razrađenih u literaturi[1-3, 5-11], rješenja se mogu odrediti kalkulatorom. U slučaju veoma krutih stropnih konstrukcija mogu se pretpostaviti beskonačno krute grede i primjeniti neki od približnih postupaka, primjerice: metoda postupnog približavanja [3, 8], Holzerova metoda i drugi [2].

## 3 Osnove Holzerove metode

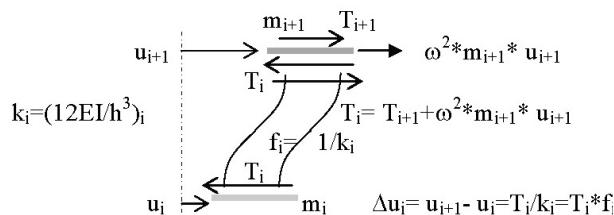
Holzerova je metoda pogodna za određivanje perioda vlastitih oscilacija tzv. «lančanih konstrukcija» (*chain structures*). Metoda se može svrstati u metode velike točnosti, a osniva se na postupnom pronalaženju oblika oscilacija za izabranu kružnu frekvenciju. Za izabranu normiranu amplitudu pomaka  $u_1 = 1$  vrha građevine određuje se amplituda sljedećeg kata (mase) za izabranu kružnu frekvenciju oscilacija. U većini slučajeva doći će do razlike u pomacima temelja građevine, što upućuje na to da postupak treba ponoviti s drugom vrijednosti frekvencije.

Ovim postupkom može se određivati bilo koja od frekvencija slobodnih oscilacija nezavisno od drugih, što je osnovna prednost Holzerove metode. Postupak određivanja amplituda (pomaka) masa prema izabranim kružnim frekvencijama prikazan je na slici 2. [2].



Slika 2. Skica uz Holzerovu metodu

Ako je amplituda pomaka  $u_i$  neke mase  $m_i$  konstrukcije, tada je najveće ubrzanje pri vlastitim oscilacijama  $a_i = \omega^2 u_i$  i sila koja djeluje na tu masu  $H_i = m_i a = m_i \omega^2 u_i$ . Ovim silama određuje se pomak konstrukcije za usvojeno,  $\bar{\omega}$ . Ako pomak ležaja prema shemi na slici 2. nije jednak nuli  $u_{Tem} \neq 0$ , postupak se ponavlja s drugom frekvencijom. Metoda je pogodna za okvirne konstrukcije koje imaju grede velike krutosti, u literaturi se nazivaju zgrade s posmikom (*shear building*) [2].

Slika 3. Određivanje  $\Delta u_i$  kata po Holzerovu postupku

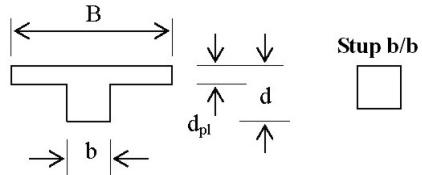
Postupak određivanja dodataka pomaka katova  $\Delta u_i$  provodi se primjenom kalkulatora (*hand-solution*) od vrha do temelja. Ako je pomak temelja približno nula, izabrana frekvencija odgovara izabranom obliku osciliranja. U slučaju većeg odstupanja amplitude pomaka temelja postupak se ponavlja s drugom frekvencijom prema izrazu

$$(\Delta\omega^2/\Delta u_T)_{1-2} = (\Delta\omega^2/\Delta u_T)_{2-3}; \quad \omega_3^2 = \omega_{1-2} + \Delta\omega_{2-3}^2. \quad (2)$$

#### 4 Prijedlog približnog postupka

Prepostavka velike odnosno beskonačne krutosti kata u odnosu na stupove okvirnih konstrukcija opravdana je kod većine građevina s armiranobetonskim pločama ili montažnim stropovima.

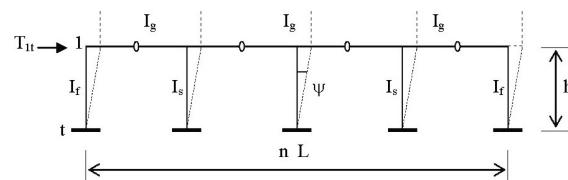
Na slici 4. prikazana su s brojčanim podacima dva karakteristična slučaja armiranobetonskih greda s pločom i uobičajene dimenzije stupova koji se primjenjuju kod okvirnih konstrukcija za raspone od ~3,6 m do ~6,0 m.



$B$ [cm]	$b$ [cm]	$d_{pl}$ [cm]	$d$ [cm]	$I_g/I_s$ [m <sup>4</sup> /m <sup>4</sup> ]
95	30	11	40	0,0026/0,000675 = 3,85
150	44	17	62	0,0148/0,0031 = 3,39

Slika 4. Shema presjeka greda i stupova, brojčani podaci

Odnos momenta inercije stropa i stupova može se usvojiti kao prosječna vrijednost veća od 3 odnosno ~3,6. U slučaju okvirnih konstrukcija koje imaju ovakav odnos momenata inercije greda i stupova mogu se očekivati male rotacije čvorova u odnosu na relativne pomake stropne konstrukcije. Za približno određivanje relativne krutosti katova može se usvojiti pretpostavka da su dje-lovanja horizontalnih sila momenti savijanja stupova i greda na polovini visine odnosno raspona jednaki nuli pa se pri proračunu deformacija usvajaju zglobovi na tim mjestima. U literaturi se navodi da se u slučaju dva puta veće krutosti srednjih od fasadnih stupova može usvojiti takva pretpostavka o momentima savijanja. U nastavku daje se analiza krutosti prizemlja i karakterističnog kata za zadane relativne pomake odnosno zaokretanje stupova  $\psi$ .



Slika 5. Shema pomaka prizemlja za približni postupak

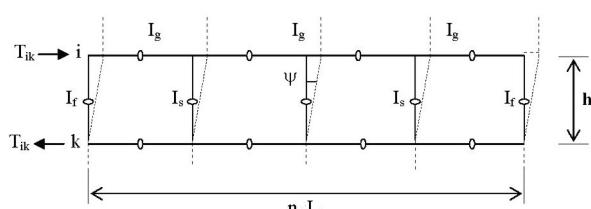
Za  $\varphi = 1$   $\varphi = 0$  i momenti čvorova srednjih stupova i fasadnih su:

$$K_\varphi^f = 6 EI_g/L + 4 EI_f/h; \quad K_\varphi^s = 12 EI_g/L + 4 EI_s/h. \quad (3)$$

Za zadani pomak prizemlja  $u = \psi \cdot h$  momenti savijanja i poprečne sile stupova su

$$M_{1t} = 6 EI_g/L + 4 EI_f/h; \quad K_\varphi^s = 12 EI_g/L + 4 EI_s/h \quad (4)$$

U izrazu (4) za  $M$ ,  $I$ ,  $\varphi$ ,  $T$  potrebno je uvesti odgovarajuće indeks za fasadne ( $f$ ) i srednje ( $s$ ) stupove.



Slika 6. Shema pomaka kata za približni postupak

Za  $\varphi = 1$  i  $\psi = \tilde{\psi}$  momenti čvorova grede kata su

$$K_{\varphi}^f = 6 EI_g/L + 6 EI_f/h; K_{\varphi}^s = 12 EI_g/L + 6 EI_s/h, \quad (5)$$

Momenti savijanja i poprečne sile stupova za katne pomake  $u_i - u_k = \psi h$  su

$$\begin{aligned} M_{ik} &= 6 EI/h (\psi - \varphi) \\ T &= 6 EI/h^2 (\psi - \varphi) \end{aligned} \quad (6)$$

U izrazu (6) za  $M, I, \varphi, T$  potrebno je uvesti odgovarajuće indekse za fasadne ( $f$ ) i srednje ( $s$ ) stupove.

Kada se odrede poprečne sile katova i prizmlja prema zadanim zaokretu stupova (štapova) određuje se krutost katova koja iznosi  $K_s = \sum T_s / \psi h$ , [kN/m]. Ovdje nije uzet u obzir utjecaj drugih katova na deformaciju promatranoj kata.

#### 4.1 Utjecaj rotacije čvorova $\varphi_i$ u zavisnosti od zaokreta $\psi$ stupova

Prema izrazima približnog postupka (3 - 6) izvršen je proračun rotacije čvorova stupova u fasadi i srednjih stupova u razini greda katova za zadani zaokret  $\psi = 0,1$ . Odnos momenata tromosti grede i svih stupova okvira usvojen je  $I_g/I_s = 3,5$  prema slici 4.

1.  $L = 3,6$  m;  $h = 3,0$  m;  $\psi = 0,1$ .  $EI_s = EI = \text{const.}$

$$[I_g/L]/(I_s/h) = [3,5/3,6]/(1/3,0) = 2,92$$

Utjecaj	Stupovi u fasadi	Srednji stupovi
$\varphi$	0,0255 (25,5% od $\psi = 0,1$ )	0,0144 (14,4% od $\psi = 0,1$ )
$M$	0,149EI	0,171EI
$T$	0,100EI	0,114EI

Moment savijanja za slučaj upetih stupova u gredu prizmlja beskonačne krutosti jest  $M = 0,2 EI$  i poprečna je sila  $T = 0,133 EI$ .

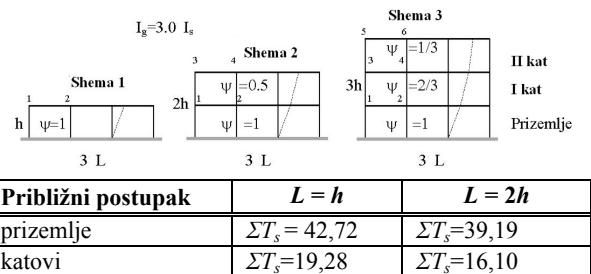
2.  $L = 6,0$  m;  $h = 3,4$  m;  $\psi = 0,1$ .  $EI_s = EI = \text{const.}$

$$[I_g/L]/(I_s/h) = [3,5/6,0]/(1/3,4) = 1,98$$

Utjecaj	Stupovi u fasadi	Srednji stupovi
$\varphi$	0,0335 (33,5 % od $\psi = 0,1$ )	0,0200 (20,0 % od $\psi = 0,1$ )
$T$	0,069EI	0,083EI

Za slučaj upetosti stupova u gredu beskonačne krutosti poprečna je sila  $T = 0,104 EI$ .

Za odnos momenata tromosti  $I_g/I_s = 3,0$ , duljine greda i visine stupova  $L/h = 1$  i 2 određeni su kutovi zaokreta čvorova  $\varphi$  i posmice sile katova (za  $\psi = 1$ ) metodom pomaka i po predloženom postupku za okvir s jednim, dva i tri kata, sheme 1-3. Zaokreti stupova katova  $\psi$  dani su na shemama 1., 2. i 3. (slika 7.).



Slika 7. Sheme za određivanje veličina za zadani  $\psi$  te veličine poprečnih sila

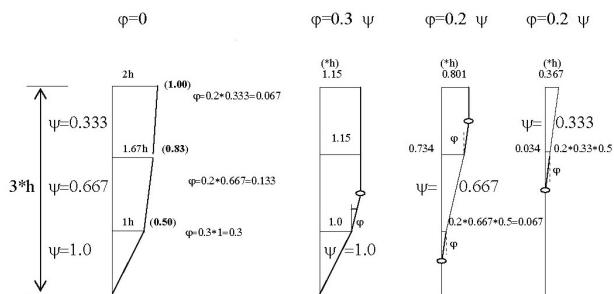
Momenti savijanja stupova reducirani su ( $M/[EI_s/h]$ ), i odgovarajuće poprečne sile katova sa ( $T[h]/(EI/h)$ ), čvorovi su obilježeni na shemama 1., 2., i 3. oznakama od 1-6. Rezultati za sve tri sheme prikazani su tabelarno.

Čvor/sila posmika kata	$L = h$	$L = 2h$
Shema 1		
1	0,331	0,530
2	0,118	0,232
$T_{Priz.}$	<b>42,60 (42,72)</b>	<b>38,86 (39,19)</b>
Shema 2.		
1	0,386	0,553
2	0,173	0,310
$T_{Priz.}$	<b>41,29 (42,72)</b>	<b>37,64 (39,19)</b>
3	0,118	0,159
4	0,057	0,100
$T_{I\text{ kata}}$	<b>15,20 (9,64)</b>	<b>10,54 (8,05)</b>
Shema 3.		
1	0,421	0,601
2	0,191	0,340
$T_{Priz.}$	<b>40,66 (42,72)</b>	<b>36,71 (39,19)</b>
3	0,216	0,285
4	0,111	0,188
$T_{I\text{ kata}}$	<b>20,73 (12,85)</b>	<b>15,00 (10,73)</b>
5	0,084	0,123
6	0,037	0,066
$T_{II\text{ kata}}$	<b>10,63 (6,43)</b>	<b>8,04 (5,37)</b>

Za odnos krutosti greda i stupova promatranoga kata  $[EI_g/L] / (EI_s/h) = 3$  mogu se očekivati manji zaokreti čvorova  $\varphi$  od zaokreta stupova  $\psi$ . Ovaj je odnos prema prethodnoj analizi za stupove u fasadi  $\sim 0,25\psi$ , odnosno  $\sim 0,14\psi$  za srednje stupove kata. Kao prosječna vrijednost može se usvojiti zaokret čvorova oko  $\sim 0,2\psi$  za čvorove kata. Prema shemama 1 - 3 mogu se očekivati prosječni zaokreti čvorova u prizmlju oko  $\sim 0,3\psi$ .

U ovom približnom postupku zanemaren je utjecaj relativnih pomaka kata na pomake drugih katova okvira jer je zaokret čvorova manji od zaokreta stupova. U proračunu normiranih amplituda pomaka, zanemarivanje utjecaja zaokreta čvorova na pomake susjednih katova okvira analizirano je na primjeru okvira sa tri kata. Na slici 8.

shematski su prikazane pretpostavljene normirane amplitude pri oscilacijama okvira bez uvođenja i s uvođenjem zaokreta čvorova prizemlja  $\varphi_{Prizemlje} \sim 0,3\psi$ . i karakterističnog kata  $\varphi_{Spratovi} \sim 0,2\psi$ .

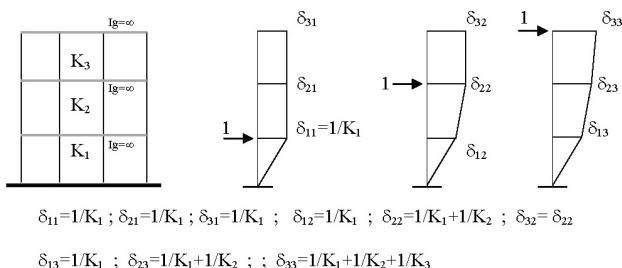


Slika 8. Određivanje oblika oscilacija sa prosječnim zaokretanjem čvorova i bez zaokretanja čvorova

Zbrajanjem amplituda pomaka katova za odvojena stanja zaokreta stupova katova  $\psi = 1,0/0,667 / 0,333$  s uvođenjem utjecaja prosječnog zaokreta čvorova prizemlja  $\varphi = 0,3\psi$  i katova  $\varphi = 0,2\psi$  dobivaju se ukupne amplitude pomaka ( $1,15 + 0,801 + 0,367 = 2,318$ ,  $1,15 + 0,734 + 0,034 = 1,918$ ,  $1,0 + 0,067 + 0 = 1,067$ ).

Normiranjem se dobiva oblik oscilacija ( $1,00/0,827/0,460$ ), koji ima manja odstupanja od oblika osciliranja okvira ( $1,000/0,833/0,500$ ) bez zaokreta čvorova ( $\varphi = 0$ ) na pomake katova.

Za određivanje frekvencija i oblika osciliranja okvirnih konstrukcija određenim prema izrazima (3 - 6) predloženoga približnog postupka s krutostima katova  $K_s = \sum T_i/\psi h$ , može se primjeniti statički sustav okvira s krutim gredama katova. Na slici 9. su koeficijenti matrice fleksibilnosti jednog okvira sa tri kata za određivanje vlastitih frekvencija  $\omega_i$  okvirnih sustava.



Slika 9 Statički sustav okvira s koeficijentima matrice fleksibilnosti

(Napomena: U proračunu utjecaja pomaka oslonaca tijekom potresa ili opreme na konstrukciju s izraženim vibracijama, usvajanje statičkog sustava okvira na slici 9. dovodi do pogrešaka u proračunu jer u ovom se približnom postupku ne uvodi utjecaj zaokreta čvorova greda promatrano kota na pomake drugih katova. Statički sustav okvira na slici 9. pogodan je za približni proračun perioda i oblika osciliranja primjenom Holzerove metode.)

#### 4.2 Određivanje frekvencija okvira, sheme 2. i 3.

Prema proračunu (slika 8.) može se vidjeti da zanemarivanjem zaokreta čvorova u ovom približnom postupku za slučaj odnosa krutosti greda i stupova približno 3 dovodi do manjih pogrešaka pri određivanju normiranog oblika oscilacija okvira sa tri kata.

Ako se pretpostavi da zadani pomaci katova prema shema 2. i 3. predstavljaju normirani oblik oscilacija okvira s amplitudama pomaka  $u_i$ , iz odnosa  $H = T_i - T_{i-1} = u_i m_i \omega^2$  mogu se odrediti mase pripadajućih katova koje odgovaraju izabranoj frekvenciji  $\omega^2$ .

Normirani oblik oscilacija je  $u = [1,000 \ 0,667]$ , za okvir na shemi 2. i odnos  $L = h$ . Prema silama katova  $H = [H_I \ H_{Priz.}] = [15,2 \ 26,1]$  koje su određene metodom pomaka i usvojenoj frekvenciji  $\omega = 20$ , odgovarajuće mase katova su  $m = [m_{Isparta} \ m_{Priz.}] = [0,0380 \ 0,0979]$ . Primjenom Holzerova postupka s krutostima relativnih pomaka katova koje su određene po predloženom približnom postupku (slika 7.), određena je vlastita frekvencija  $\omega_{pr.} = 15,81$  koja odgovara masama  $\mathbf{m} = [0,0380 \ 0,0979]$  i normiranom obliku oscilacija  $u_{pr.} = [1,000 \ 0,507]$ . Rezultati proračuna navedeni su u sljedećoj tablici:

Metoda	Shema $L = nh$	[mase]	$\omega$
metoda pomaka	2 $L = h$	0,0380/0,0979	20,00
približni postupak	2 $L = h$	0,0380/0,0979	15,81 (79,0 % od $\omega$ )
metoda pomaka	2 $L = 2h$	0,0264/0,1016	20,00
Približni postupak	2 $L = 2h$	0,0264/0,1016	16,29 (81,4 % od $\omega$ )

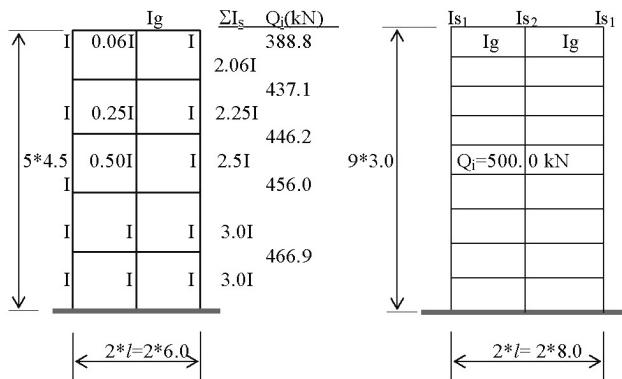
Normirani oblik oscilacija je  $u = [1,000 \ 0,833 \ 0,500]$  za okvir prema shemi 3. i odnos  $L = h$ . Prema silama  $H = [H_{II} \ H_I \ H_{Priz.}] = [10,63 \ 10,10 \ 19,93]$  katova određenim metodom pomaka i usvojenoj frekvenciji  $\omega^2 = 300$  ( $\omega = 17,3$ ), odgovarajuće su mase katova  $m = [m_{Isparta} \ m_{Isparta} \ m_{Priz.}] = [0,0354 \ 0,0404 \ 0,1329]$ . Primjenom Holzerova postupka s krutostima relativnih pomaka katova koje su određene po predloženom približnom postupku, određena je vlastita frekvencija  $\omega_{pr.} = 11,2$  (64,6 % od  $\omega$ ) koja odgovara masama  $m$  i normiranom obliku oscilacija  $u_{pr.} = [1,000 \ 0,77034]$ . Rezultati proračuna dati su u sljedećoj tablici.

Metoda	Shema $L = nh$	[mase]	$\omega$
Metoda pomaka	3 $L = h$	0,0353/0,0404/ /0,1329	17,3 ( $\omega^2 = 300$ )
Približni postupak	3 $L = h$	0,0353/0,0404/ /0,1329	11,2 (64,6 % od $\omega$ )
Metoda pomaka	3 $L = 2h$	0,0268/0,0279/ /0,145	17,3 ( $\omega^2 = 300$ )
Približni postupak	3 $L = 2h$	0,0268/0,0279/ /0,145	11,83 (68,4 % od $\omega$ )

Za odnos masa prizemlja i katova 2-3 okvira prema shemama 2. i 3. dobivene su približnim postupkom manje vrijednosti frekvencija slobodnih oscilacija s odstupanjima otprilike 20 – 35 %. Kod uobičajenih građevinskih konstrukcija mase katova su približno istog reda veličina.

### 5 Primjer

Za dva okvira približno iste težine katova i odnosom kruštosti stupova i greda manjim od 3 odnosno od 0,25 do ~1 odredit će se kružne frekvencije, periodi osciliranja ( $\omega$ ;  $T$ ) i osnovni oblik osciliranja prema predloženom približnom postupku i primjenom odgovarajućeg softvera na računalu (slika 10.).



Slika 10. Sheme okvira 1 (lijevo) i 2 (desno)

Broj	Okvir 1.	Okvir 1.	Okvir 2.	Okvir 2.	Metoda proračuna
1	$I_g = \infty$	$I_g = \infty$	$I_g = \infty$	$I_g = \infty$	$I [m^4]$ greda okvira
1.1	$\omega_1=12,43$	$T_1=0,506s$	$\omega_1=10,02$	$T_1=0,629s$	metoda post. približavanja
1.2	-	-	-	$T_1=0,6763s$	Tower 4
1.3	-	-	-	$T_1=0,67645s$	SAP 2000
2	$I_g=0,0139$	$I_g=0,0139$	$I_g=0,004$	$I_g=0,004m^4$	$I [m^4]$ greda okvira
2.1	$f_1=1,24Hz$	$T_1=0,807 s.$	$f_1=0,74Hz$	$T_1=1,342 s.$	Tower 5
	$\omega_1=7,32$	$T_1=0,858 s.$	$\omega_1=4,40$	$T_1=1,428 s.$	približni postupak
		(+ 6,36%)		(+ 6,40%)	Odstupanje
2.1.1	Osnovni oblik osciliranja		Osnovni oblik osciliranja		
	Tower 5	Približno	Tower 5	Približno	
9 sp.	-	-	1.000	1.000	
8 sp.	-	-	0,960	0,968	
7 sp.	-	-	0,95	0,905	
6 sp.	-	-	0,803	0,813	
5 sp.	1,000	1,000	0,688	0,696	
4 sp.	0,804	0,867	0,553	0,556	
3 sp.	0,586	0,642	0,401	0,399	
2 sp.	0,358	0,372	0,240	0,229	
1 sp.	0,151	0,106	0,089	0,052	
tem.	0	+0,0024	0	+0,00023	
2.2	$f_2=3,44Hz$	$T_2=0,290 s.$	$f_2=2,32Hz$	$T_2=0,431 s.$	Tower 5
	-	$T_2=0,319 s.$	-	$T_2=0,480 s.$	približni postupak
		(9,90%)		(11,37%)	odstupanje
2.3	$f_3=6,11Hz$	$T_3=0,164 s.$	$f_3=4,14Hz$	$T_3=0,242 s.$	Tower 5

Okvir 1.

$$E = 2,1 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$$

$$I = 0,0108 \text{ m}^4$$

$$I_g = 0,0139 \text{ m}^4 \text{ (svi katovi)}$$

$$k_g = I_g/l = 0,0023$$

$$k_s = I_s/h = 0,0024 \text{ i}$$

$$k_s = 0,000144$$

$$k_s = 0,0006$$

$$k_s = 0,0012$$

$$k_s = 0,0024$$

Okvir 2.

$$E = 3,5 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$$

$$I_s = 0,0031 \text{ m}^4$$

$$I_{s2} = 0,0061 \text{ m}^4$$

$$I_g = 0,004 \text{ m}^4 \text{ (svi katovi)}$$

$$Q_i = 500,0 \text{ kN} \text{ (svi katovi)}$$

$$k_g = I_g/l = 0,0005$$

$$k_s = I_s/h = 0,002$$

$$k_s = 0,0031/3,0 = 0,001$$

Krutost prizemlja i katova određeni približnim postupkom, izrazi (3-6).

Okvir 1.

$$K_{Priz.} = 65661,8 \text{ kN/m}$$

$$K_{Is.} = 24580,3 \text{ kN/m}$$

$$K_{IIs.} = 20841,4 \text{ kN/m}$$

$$K_{IIIs.} = 18248,9 \text{ kN/m}$$

$$K_{IVs.} = 15629,6 \text{ kN/m}$$

Okvir 2.

$$K_{Priz.} = 107925,7 \text{ kN/m}$$

$$K_{I-VIII.s.} = 30972,2 \text{ kN/m}$$

Tabelarno su prikazani rezultati proračuna za okvire s beskonačno krutim gredama ( $I = \infty$ ) metodom postupnog približavanja (metoda povećane točnosti [3]) i primjenom računala, točke 1.1 – 1.3. Za okvire 1. i 2. s gredama momenta inercije  $I = 0,0139/0,004 \text{ m}^4$  određeni su periodi osciliranja  $T_1$  i  $T_2$  predloženim približnim postupkom i računalom, točke 2.1 – 2.3. U tablici su i osnovni oblici osciliranja okvira 1. i 2. određeni računalom i približnim postupkom.

Na osnovi rezultata proračuna može se pokazati da su periodi osciliranja određeni primjenom predloženoga približnog postupka veći od onih određenih primjenom računala za osnovni ton približno +6,5 %, a za drugi ton približno +11 %. Izabrani su okviri za analizu koji imaju odnos krutosti ( $EI/L$ ) greda i stupova oko 1 i manje od jedan (~0,5).

To pokazuje da se za slučaj greda okvira s većim odnosom krutosti prema stupovima  $[EI_g/L]/(EI_s/h) > 1$  primjenom predloženog postupka za uobičajene građevine mogu očekivati manje razlike rezultata proračuna perioda osciliranja u odnosu na teoretska rješenja ili vrijednosti određene primjenom računala.

## 6 Zaključak

U radu su opisane neke od približnih metoda određivanja osnovnog perioda osciliranja okvirnih konstrukcija. Prikazan je i Holzerov postupak koji je pogodno rabiti u slučaju greda velike krutosti prema stupovima okvira. Primjenom navedenih približnih metoda osnovni period osciliranja okvira može se odrediti kalkulatorom. Dane su postavke približnog postupka za određivanje perioda osciliranja okvira, uvodeći približnu vrijednost relativne krutosti katova i prizemlja. Krutost katova određuje se pod pretpostavkom da su nulte točke momenata na sredini visine stupova i raspona greda, a u slučaju prizemlja na sredini raspona greda prvoga kata. S tako određenim krutostima katova pogodno je primijeniti Holzerov postupak pa se nezavisno mogu odrediti oblici i periodi

osciliranja okvira kalkulatorom ili softverom programskih kalkulatora. Izvršena je usporedna analiza perioda osciliranja okvira s fleksibilnim gredama primjenom računala i predloženim približnim postupkom. Odstupanja vlastitih perioda osciliranja u slučaju približno iste ili manje krutosti greda prema stupovima su reda veličine oko + 6 do 10 % za prva dva oblika. U slučaju okvira s većom krutosti greda u odnosu na stupove mogu se očekivati manja odstupanja rezultata proračuna. Za primjenu ovoga približnog postupka potrebno je samo nekoliko osnovnih podataka o konstrukciji okvira. Rezultati proračuna vlastitih perioda i oblika osciliranja mogu se rabiti u praksi pri prethodnim analizama konstrukcija i za kontrolu proračuna složenih sustava primjenom računala, kada postoji mogućnost pogreške pri unošenju velikog broja podataka o konstrukciji i materijalu.

## LITERATURA

- [1] Anićić, Fajfar, Petrović, Savitz-Nossan, Tomažević, *Zemljotresno inženjerstvo-visokogradnja*, Građevinska knjiga, Beograd, 1990., str. 642.
- [2] Clough R.W. and Penzien J., *Dynamics of structures*, McGRAW-HILL BOOK COMPANY, New York, Toronto, p. 634.
- [3] Bezuhov, Lužin i Kolkunov, *Stabilnost i dinamika konstrukcija u primjerima i zadacima*(prijevod), Građevinska knjiga, Beograd, 1973., str. 470.
- [4] Pravilnik o tehničkim normativima za izgradnju objekata visokogradnje u seizmičkim područjima, Službeni list br. 31/81, 49/82, 21/88 i 52/90.
- [5] Hrasnica M., *Seizmička analiza zgrada*, Građevinski fakultet u Sarajevu, Sarajevo, 2005., str. 282.
- [6] Folić R., *Neke metode dinamike konstrukcija i njihova primjena u seizmičkoj analizi konstrukcija građevinskih objekata*, Građevinski kalendar, Vol. 39, Beograd, prosinac 2006., str. 143-233
- [7] Maglajlić Z., *Približni postupci određivanja vlastitih perioda oscilovanja konstrukcija*, Peti opći sabor HDGK, Brijunski otoci, 26.-28. 4.2001., str 627.-632.
- [8] Maglajlić Z., Simonović G., Hadžović R. i Ademović N., *Određivanje osnovne forme i perioda oscilovanja građevina približnim metodama*, Materijali i konstrukcije br. 3-4/2006., Beograd, 2006., str. 72-82.
- [9] Frantz G., Schafer K.; *Konstruktionslehre des Stahlbetons*, Band II: Tragwerke, Teil A: Typische Tragwerke, Springer-Verlag, Tokyo 1988.
- [10] Čaušević M., *Potresno inženjerstvo(odabrana poglavlja)*, Školska knjiga, Zagreb 2001., str. 252.
- [11] Maglajlić Z., *Visoki armiranobetonski zidovi-Dinamičke karakteristike u teoriji i primjerima*, Građevinski fakultet Univerziteta u Sarajevu, Sarajevo 2002., str. 104.