

Primljen / Received: 26.2.2015.
 Ispravljen / Corrected: 11.7.2017.
 Prihvaćen / Accepted: 22.9.2017.
 Dostupno online / Available online: 10.2.2020.

Određivanje rezidualne vrijednosti građevinske mehanizacije na temelju starosti strojeva

Autori:



Igor Milošević, dipl.ing.građ.
 Dabar D.O.O., Srbija
 igornmilosevic@gmail.com
 Autor za korespondenciju

Pregledni rad

Igor Milošević, Predrag Petronijević, Dragan Arizanović

Određivanje rezidualne vrijednosti građevinske mehanizacije na temelju starosti strojeva

U radu je istražen odnos između rezidualne vrijednosti i vijeka trajanja strojeva. Rezultat istraživanja je kreiranje nekoliko modela primjenom simboličke regresije u kojoj je zavisna varijabla rezidualna vrijednost, nezavisne varijable su modeli strojeva, kalendarska starost stroja, kumulativni broj radnih sati stroja i indeks inflacije. Procjena rezidualne vrijednosti je ključna za donošenje investicijskih odluka. Istraživanje je pokazalo da postoji mogućnost razvijanja okvirnog prognostičkog matematičkog modela rezidualne vrijednosti građevinske mehanizacije koristeći simboličku analizu dostupnog seta podataka koji čine 61 153 stroja.

Ključne riječi:

građevinska mehanizacija, rezidualna vrijednost, simbolička analiza

Subject review

Igor Milošević, Predrag Petronijević, Dragan Arizanović

Determination of residual value of construction machinery based on machine age

The relationship between the residual value and service life of machines is investigated in the paper. The study resulted in establishment of several models based on symbolic regression, where the dependent variable is the residual value, while independent variables are machine models, machine age, cumulative number of machine operating hours, and inflation index. The estimate of residual value is crucial for making investment decisions. The investigation has shown that development of a general prognostic mathematical model of residual value of construction machinery can be made using symbolic analysis of an available set of data formed of 61,153 machines.

Key words:

construction machinery, residual value, symbolic analysis

Übersichtsarbeite

Igor Milošević, Predrag Petronijević, Dragan Arizanović

Ermittlung des Restwertes von Baumaschinen anhand des Alters der Maschinen

In der Abhandlung wird der Zusammenhang zwischen dem Restwert und der Nutzungsdauer der Maschinen dargelegt. Das Ergebnis der Untersuchung ist das Erstellen einiger Modelle unter Verwendung der symbolischen Regression, wobei die abhängige Variable der Restwert ist, die unabhängigen Variablen sind die Maschinenmodelle, das Kalenderalter der Maschinen, die kumulative Anzahl an Arbeitsstunden und der Inflationsindex. Die Schätzung des Restwertes ist der Schlüssel für Investitionsentscheidungen. Die Untersuchung hat gezeigt, dass es möglich ist, ein prognostisches mathematisches Rahmenmodell für den Restwert von Baumaschinen unter Verwendung einer symbolischen Analyse des verfügbaren Datensatzes zu entwickeln, der 61 153 Maschinen umfasst.

Schlüsselwörter:

Baumaschinen, Restwert, symbolische Analyse, Baumaschinen

1. Uvod

Kupnja građevinskih strojeva važno je ulaganje za svaku građevinsku kompaniju. Odabir pravog trenutačka za prodaju korištenog građevinskog stroja i određivanje njegove vrijednosti dva su značajna koraka. U ovom je radu posebna pozornost usmjerena na koncept i procjenu rezidualne vrijednosti. Odnos između vlasništva i operativnih troškova, vrijednost ostatka, kao i problem određivanja ove cijene u praksi određen je u prvom koraku. Detaljna analiza literature koja spominje taj koncept prikazana je u ovom radu. Cilj je ovog rada razmatranje odnosa između rezidualne vrijednosti i starosti stroja. Rezultat istraživanja jest oblikovanje više vrsta modela putem simboličke regresije u kojoj je zavisna varijabla rezidualna vrijednost, a nezavisne varijable model građevinskog stroja, kalendarska starost stroja i kumulativni broj radnih sati stroja.

Provjедено istraživanje doprinosi stvaranju regresijskih modela koji mogu predviđati rezidualnu vrijednost stroja na aukciji. Istraživanje je pokazalo da postoji razlika u osjetljivosti varijablih strojeva s ukupnim kumulativnim brojem sati većim od 2000 u odnosu na strojeve s manje od 2000 radnih sati. Rezidualna vrijednost stroja ima veću osjetljivost u usporedbi s varijablom koja opisuje kalendarsku starost stroja. Ta osjetljivost je očita u sadašnjem modelu kada je kumulativni broj sati veći od 2000. Tržišna vrijednost nekih vrsta strojeva tijekom prvih godina njihove uporabe znatno. Taj fenomen se može objasniti nejednakom brzinom pada rezidualne vrijednosti stroja određenih proizvođača tijekom prvih godina, a koje su uvjetovane robnom markom i proizvođačem.

2. Pojam rezidualne vrijednosti

Rezidualna vrijednost je definirana kao prodajna cijena stroja na tržištu u određenom periodu. U literaturi postoje brojni izrazi koji opisuju koncept rezidualne vrijednosti. Primjerice, to su: prodajna vrijednost, preostala vrijednost, povratna vrijednost, očuvana vrijednost, parcijalna vrijednost, granična vrijednost i fer tržišna vrijednost [1, 2].

Troškovi stroja s vremenom će se akumulirati, smanjujući njegovu vrijednost. U određenom trenutačku bit će građevinskoj kompaniji isplativija prodaja stroja nego njegovo skladištenje. Optimalni životni vijek stroja još se naziva i ekonomski život stroja i može biti znatno kraći od fizičke održivosti stroja koji se servisira ili popravlja. Pravi životni vijek stroja ovisi o njegovom habanju tijekom radnog vijeka i može biti produžen odgovarajućim održavanjem i popravcima. Rezidualna se vrijednost dijela opreme definira kao "cijena za koju se stroj može prodati u određenom razdoblju" na tržištu [3]. Kada je u pitanju procjena opreme, definicija može biti proširena dodavanjem informacija o točnim okolnostima prodaje, primjerice je li to jednaka prodaja između jednakih strana, aukcija, likvidacija ili preprodaja.

Dodatnu nedoumicu stvara primjena izraza amortizacija, što znači smanjenje početne vrijednosti stroja. U računovodstvenom smislu amortizacija je sustavni postupak dodjeljivanja prodajne

vrijednosti osnovnih sredstava na troškove tijekom radnog vijeka. Rezidualna vrijednost nastaje gubitkom vrijednosti opreme. Amortizacija može biti povezana s opremom u pogledu fizičke održivosti, starosti, habanja ili zastarjelosti, ili čak ekonomske situacije (ponuda i potražnja za opremom ili njenim proizvodima), na temelju kojih se određuje vrijednost [4, 5]. To se razlikuje od pojma amortizacije kojim se koristi u računovodstvu. Računa se na takav način da se troškovi investiranja odlažu i periodično dodjeljuju proizvodima u svrhu administrativnih i poreznih obveza. Koncept amortizacije dolazi od računovodstva troškova, gdje se ona koristi da procjeni "vrijednost gubitka dijela opreme tijekom vremena" [6] kada se prikupljaju prihodi. Mnogim vlasnicima strojeva je potencijalna prodajna vrijednost stroja glavni faktor prilikom kupovine. Visoka prodajna vrijednost predstavlja nižu amortizaciju, niže ukupne troškove i poboljšava konkurenčku poziciju opreme. Ako je stroj prodan znatno prije nego što je bio potpuno amortiziran, njegova prodajna vrijednost postaje mnogo veća. Lako se prava prodajna vrijednost opreme u trenutačku prodaje određuje na tržištu vrijednosti, postoje načini da se odredi prodajna vrijednost opreme primjenom različitih metoda amortizacije. Postoji nekoliko ustaljenih metoda za računanje amortizacije, kao što su linearna, metoda dvostrukog smanjivanja salda i funkcionalna metoda. Međutim, moguće je primijeniti bilo koju od tih metoda računanja amortizacije.

Rezidualna vrijednost može ovisiti o različitim faktorima, kao što su stanje stroja, vrijeme i mjesto prodaje, kao i stanje ekonomije i tehnologije u tom periodu. Raspoloženje u trenutačku prodaje može također utjecati na cijenu prodaje. Stoga je pretpostavka o fiksnoj rezidualnoj vrijednosti nerealna. Mnogo je bolje procijeniti rezidualnu vrijednost koristeći se prethodnim podacima kao što su "dokazi vrijednosti" [7] i preciznijim podcima o stvarnoj prodaji stroja.

Analizirajući Vorsterove rade [8, 9] možemo naići na koncept trenutačne rezidualne vrijednosti RV_o dane izrazom (1), koji se primjenjuje u izračunu otplate kredita prilikom iznajmljivanja građevinskih strojeva. Trenutačna vrijednost anuiteta A dana izrazom (2) je ekvivalent normaliziranoj razlici između kupovne vrijednosti stroja i trenutačne rezidualne vrijednosti:

$$RV_o = \frac{RV}{(1+i)^N} \quad (1)$$

$$A = \frac{(PP - RV_0) i}{1 - \left[\left(\frac{1}{1+i} \right)^N \right]} \quad (2)$$

$$AH = \frac{A}{N} \quad (3)$$

RV_o predstavlja trenutačnu rezidualnu vrijednost u dolarima, RV je rezidualna vrijednost u dolarima, i je kamatna stopa, N kalendarska godina, A predstavlja anuitet trenutačne vrijednosti i PP je prodajna cijena.

3. Pojam vlasništva i operativnih troškova

Zemljani radovi koji zahtijevaju veliku građevinsku mehanizaciju mogu se uglavnom naći u teškoj industriji ili tijekom gradnje autocesta. Međutim, veliki građevinski strojevi mogu se također naći i u drugim područjima, ovisno o tome na kojem se projektu primjenjuju. Što je veći udio zemljanih radova u projektu, to je veći udio troškova opreme u ukupnim troškovima projekta. Analiza troškova upotrebe građevinske opreme glavni je poslovni zadatok vlasnika takve opreme i iznimno je značajan za uspjeh kompanije. Fokusirajući se prije na individualne strojeve nego na cijelu opremu, troškovi koji se odnose na neke dijelove opreme mogu se lako podijeliti u dvije kategorije: troškovi vlasništva i operativni troškovi.

Pojedinačne elemente troškova za dijelove ovih kategorija opisali su Lucko i Vorster [1, 2]. Troškovi vlasništva su produkt cijene za koju je stroj kupljen, osiguranja, dozvole, vlasništva, isporuke, troškovi sastavljanja i poreza. Troškovi vlasništva uključuju sve troškove financiranja, kao što su kamate na glavnici i slično. Svaki od ovih elemenata je neovisan o upotrebni stroja. Prodaja stroja na tržištu nakon isteka vlasništva predstavlja finansijsku dobit, što je rezidualna vrijednost.

Operativni troškovi nastaju upotrebom stroja. Oni se sastoje od troškova za gorivo, ulje i lubrikantata, kao i troškova redovnog održavanja i popravaka. Ti troškovi uključuju troškove kupovine rezervnih dijelova, troškove za dijelove koji se često mijenjaju kao što su gume i gusjenice, troškovi remonta i cjelokupni popravci, kao i troškovi radne snage uključene u popravak stroja kao što su plaće i naknade mehaničarima.

Kada postoji potreba za određivanje rezidualne vrijednosti opreme radi donošenja važnih odluka, kao što su popravak opreme, remont, otklanjanje ili zamjena, i tržišna cijena (npr. aukcija), ali još uvijek nije određena za tu konkretnu opremu, onda će cijena određenog dijela opreme biti određena na temelju prethodnih aukcijskih iskustava za taj proizvod. Budući da brojni faktori utječu na tržišnu vrijednost građevinske opreme kao što su starost, proizvođač, model, intenzitet upotrebe i održavanje, kao i zahtjevi i zalihe na tržištu i tako dalje, nije moguće odrediti industrijski kriterij za određivanje cijene korištene građevinske opreme.

4. Prethodna istraživanja u području određivanja rezidualne vrijednosti

Lucko [1] je osmislio regresivni model za predviđanje rezidualne vrijednosti različitih vrsta građevinske mehanizacije. Varijable regresivnog modela koje je primijenio u svom istraživanju bile su starost, proizvođač, ocjena stanja, geografsko područje i određeni makroekonomski indikatori. Vorsterov rad [11-14] pridonio je istraživanju kumulativne vrijednosti troškova stroja, kao i osiguranju boljeg razumijevanja koncepta pada rezidualne vrijednosti opreme ovisno o starosti stroja.

Proaktivnost stroja se mijenja tijekom njegove uporabe i tijekom sakupljanja podataka o strojevima i pokazao statističke

indikatore pomoću kojih se određuje produktivnost stroja. Hildreth [16] je pokazao upotrebu globalnog pozicijskog sustava (GPS) u analizi produktivnosti strojeva na gradilištu. Martinez [17] je otkrio opću svrhu simulatora koji se može koristiti prilikom određivanja produktivnosti opreme na složenim projektima.

Izraz (4) je predložio Vorster [11] kako bi empirijski dokazao ponašanje rezidualne vrijednosti, to jest da vrijednost opreme ubrzano opada na početku upotrebe i onda usporava u kasnijim fazama:

$$RV = K \cdot PP \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{h_{rv}}{1000}}} \quad (4)$$

U tom je izrazu RV rezidualna vrijednost, K je faktor prilagođavanja, PP je prodajna cijena i h_{rv} su ukupni sati upotrebe svih strojeva koji rade više od 2000 sati. K je faktor koji pokazuje dijelove rezidualne vrijednosti, odnosno kada nestandardni strojevi imaju nižu (ili višu) vrijednost od standardnih strojeva; i varira od 0,0 do 1,0.

Izraz (4) primjenjuje se za strojeve [1, 2] koji imaju više od 2000 sati rada, a modificirani izraz (5) za strojeve koji imaju do 2000 sati rada:

$$\frac{h}{N} < 2000 \rightarrow h_{rv} = h + 1000 \cdot F \cdot \frac{2N - \frac{h}{1000}}{2} \quad (5)$$

U izrazu (5) h je broj sati, N je starost stroja u godinama, a izraz hrv je broj sati za izračun rezidualne vrijednosti. Upotrebu koeficijenta F (s vrijednostima od 0 do 1) uveo je Kastens [18] i računa se na temelju unutarnje baze podataka kompanije. Na taj je način moguće napraviti razliku u računanju broja sati stroja koji je korišten vrlo kratko u usporedbi sa strojem koji je korišten vremenski dulje. Određivanje i analiza rezidualne vrijednosti poljoprivredne opreme i opreme za sjeću drva u šumarskoj industriji pokazuju važnost procjene rezidualne vrijednosti prilikom donošenja odluka o investiranju [19]. Zaključak istraživanja jest taj da je rezidualna vrijednost važna zato što utječe na količinu uloženih sredstava koja se trebaju vratiti kroz aktivna sredstva. Oprema koja je ocijenjena visokom rezidualnom vrijednošću imat će manje troškove pokrića (amortizacije), za razliku od opreme s nižom rezidualnom vrijednošću.

Cross i Perry [20] također su pisali o upotretbi kataloških cijena "koje su se koristile kao zamjena za stvarne prodajne cijene strojeva zato što izvorne cijene nisu bile dostupne. Kataloška cijena se smatrala najbližom dostupnom vrijednosti koja je predstavljala prodajnu cijenu".

Cross i Perry [20] proveli su jedno od najznačajnijih istraživanja o amortizaciji poljoprivredne opreme. Cilj njihovog istraživanja bio je pronalazak odgovarajućeg matematičkog izraza (6) za izračun odnosa između rezidualne vrijednosti opreme (RV) i poznatih varijabli:

$$RV = f \left(\begin{array}{l} \text{starost, upotreba, održavanje,} \\ \text{proizvođač, vrsta aukcije, regija,} \\ \text{mikroekonomske varijable} \end{array} \right) \quad (6)$$

Statistička regresija omogućila je stvoriti model za predviđanje rezidualne vrijednosti teške građevinske mehanizacije [2, 21].

5. Izračun starosti građevinskog stroja

Starost stroja može se odrediti na tri načina [3]: starost stroja prema jedinici produktivnosti; kalendarska starost stroja i starost stroja koja se računa ukupnim brojem radnih sati stroja. Računanje starosti stroja prema jedinici produktivnosti označava broj zadataka koje je stroj izvršio.

Ovo je jednostavno za neke vrste strojeva. Jedinica vuče može pokazati linijsko kretanje nekih zapreminskih kretanja [3]. Za neku opremu teško je odrediti jedinicu proizvodnje. Dobar primjer ovoga je stroj koji je odgovoran za održavanje vuče na putu.

Postoje tri vrste "sati" koje građevinske tvrtke mogu pratiti. Građevinski sati su oni za koje se naplaćuje primjena strojeva na određenom radnom mjestu. Ti sati mogu, ali i ne moraju biti precizna mjera koliko je stroj korišten na tom radnom mjestu. Primjerice, moguće je naplatiti 40 radnih sati, ali to ne znači nužno da je stroj bio aktivan svih 40 sati. U nekim slučajevima, građevinski sati su oni koje je kontrolor na gradilištu izračunao. Može se dogoditi da su građevinski sati namjerno umanjeni kako bi posao izgledao profitabilnije.

Radni sati su sati tijekom kojih je stroj aktivran, a iskazani su u jedinici vremena. Jedan način nadgledanja radnih sati jest upotreba bilješki koje radnici koji rade na određenom stroju popunjavaju svaki dan. Vrijeme koje oni provedu za strojem zapravo je radno vrijeme tog stroja. Izračunani sati su oni sati koje je mjeritelj izmjerio na stroju. Starosna dob stroja se vrlo jednostavno računa i ona predstavlja razliku između trenutačnog datuma i datuma kupovine tog stroja. U literaturi se ta vrijednost izražava u godinama, mjesecima ili danima. Zbog nedostatka novih projekata ili zbog loših vremenskih uvjeta, građevinske tvrtke često ne koriste strojeve tijekom duljeg razdoblja. Stoga je kalendarska starost stroja nepouzdan podatak s obzirom na uvjete i količinu njegove upotrebe. S druge strane, ta vrijednost je prilično osjetljiva kod modela koji predviđaju rezidualnu vrijednost stroja na aukcijama.

Starost stroja, koja se mjeri ukupnim brojem radnih sati stroja, predstavlja vrijednost koju mjeri poduzeće i direktno je uvjetovana postojanošću i prdanošću vlasnika. U ovom radu posebno je analizirana osjetljivost varijabli starosne dobi stroja kao i dob izmjerena ukupnim brojem radnih sati u odnosu na rezidualnu vrijednost.

6. Metodologija istraživanja

Rezidualnu vrijednost čini cijena stroja koju je vrlo teško odrediti koristeći se samo matematičkom formulom. Aukcije su odličan

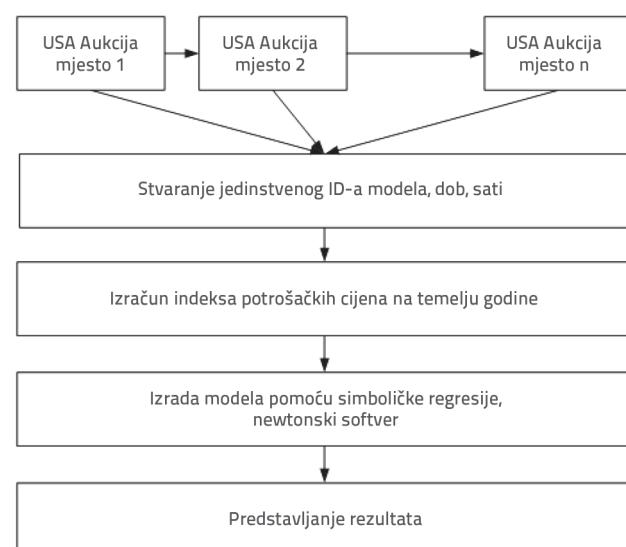
način za procjenu vrijednosti korištenog stroja. Određeni modeli građevinskih strojeva s visokom reputacijom i odličnom kvalitetom, bez obzira na veliki broj radnih sati, mogu imati veću rezidualnu vrijednost od novijih strojeva iste vrste i kapaciteta. Utjecaj starosne dobi stroja na vrijednost prodajne cijene korištenog stroja na aukciji predstavlja početni cilj ovog istraživanja.

6.1. Hipoteza

Procjene rezidualne vrijednosti ključne su za donošenje investicijskih odluka. Moguće je razviti predvidiv matematički model za rezidualnu vrijednost teške građevinske opreme analizirajući simboličku regresiju pomoću dostupnih 61 153 podataka kao funkciju starosti i broja radnih sati stroja.

6.2. Ciljevi istraživanja

Iako različiti algoritmi koriste različite metode za donošenje odluka o modelima, oni imaju neka zajednička obilježja koja ih čine boljim od tradicionalnih pristupa statističkoj regresiji za predviđanje rezidualne vrijednosti opreme [22]. Prepostavka statističke distribucije ili fundamentalno funkcionalnih formi čini model statističke regresije subjektivnim. Primjenom ugrađenih modela za predviđanje rezidualne vrijednosti opreme, prodavači mogu odrediti najbolji trenutak za prodaju svoje opreme, a kupci mogu odrediti najbolji trenutak za kupovinu opreme koja im je potrebna, dok vlasnici opreme mogu provesti analizu radnog vijeka trajanja opreme kako bi donijeli odluku o popravku i zamjeni opreme. Aplikacija koja stvara model primjenom genetskih algoritama omogućava upravljačkom tijelu uvid u veliki broj podataka o građevinskoj opremi koja je prikupljena, kao i donošenje odluke u odgovarajuće vrijeme (slika 1.).



Slika 1. Tijek radnih aktivnosti (prema američkoj aukcijskoj praksi)

Podaci korišteni u ovom istraživanju preuzeti su iz vodećih američkih aukcijskih internetskih stranica koje se bave

kupoprodajom građevinskih strojeva. Nakon prikupljanja podataka, svaka vrsta građevinskog stroja je označena identifikacijskim brojem (Model ID). U sljedećem koraku izdvojeni su samo oni strojevi koji imaju jasno definiran broj radnih sati i godinu starosti. U idućem koraku izračunan je CPI (poglavlje 7). Nakon pripreme podataka izvršena je primjena simboličke regresije kao i statistička interpretacija rezultata (poglavlje 8 i 9).

6.3. Područje istraživanja i ograničenja

Za ovo istraživanje primijenjena je baza podataka strojeva s nekoliko sjevernoameričkih aukcijskih internetskih stranica. Valuta prodajne cijene je američki dolar. Utjecaj inflacije je u ovom istraživanju predstavljen kao vrijednost američkog indeksa potrošačkih cijena CPI. Jedno od ograničenja za ovo istraživanje jest nesigurnost ulaznih varijabli. Podaci su prikupljeni s aukcijskih stanica i ovise o sudionicima aukcije. Svaki proces pretrage podataka i modela može se poboljšati. Preciznost tog modela može se povećati softverskim dodatnim satima ili korištenjem velikog broja umreženih poslužitelja (servera). Model je objavljen tijekom 48 sati primjenom procesora s dvije jezgre, a dobiven je primjenom velikog broja podataka i malog broja kriterija pa mu je smanjena preciznost, što je ujedno i njegov nedostatak. Cilj je stvaranje modela koji mogu predvidjeti preliminarnu, okvirnu i rezidualnu vrijednost strojeva.

7. Podaci istraživanja

Podaci su prikupljeni u razdoblju od 1989. do 2012. U ovom su istraživanju primjenjeni samo podaci građevinskih strojeva s jasno definiranim modelom stroja, ukupnim brojem radnih sati i starosnom dobi stroja. Oznaka (ID) modela je ključan podatak za identifikaciju strojeva; to je podatak koji povezuje mnoge aukcijske stranice. Prilikom razvrstavanja podataka najviše teškoća stvara konsolidacija podataka s različitim internetskih stranica i dodjeljivanje identifikacijskog obilježja modelu; kao i ispravljanje netočno napisanih ili skraćenih imena strojeva.

Proučena su ukupno 61.153 građevinska stroja. Cilj ovog istraživanja jest stvaranje modela u kojem je zavisna varijabla rezidualna vrijednost (7), a nezavisne varijable su vrsta modela (ID oznaka), starosna dob stroja i ukupan broj radnih sati stroja:

$$\text{Prodajna cijena} = (\text{model ID}, \text{starost}, \text{sati}, \text{CPI}) \quad (7)$$

Prema izrazu (7), prodajna cijena predstavlja rezidualnu vrijednost; starost predstavlja starosnu dob stroja izraženu u mjesecima; sati predstavljaju ukupan broj radnih sati s, a CPI vrijednost indeksa potrošačkih cijena za dolar. Vrijednost indeksa potrošačkih cijena primjenjuje se u SAD-u za računanje inflacije. CPI vrijednost je jednaka prosječnoj godišnjoj vrijednosti na dan prodaje.

Za sve strojeve je kao početni datum starosne dobi stroja uzet 1. siječnja, a kao krajnji datum uzet je datum prodaje stroja. U ovom istraživanju analizirana je osjetljivost modela.

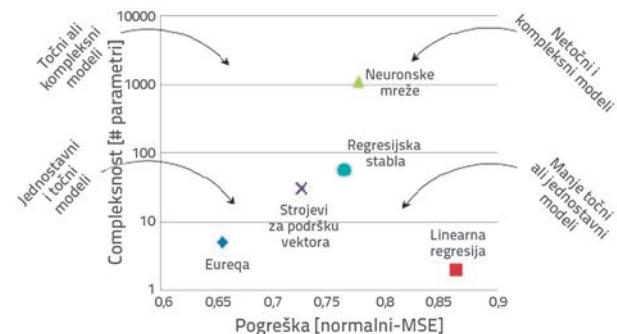
8. Simbolička regresija

Regresija podrazumijeva proces pronalaženja koeficijenata u prethodno definiranoj funkciji tako da ona na što lakši način uklopi u model. Problem regresijske analize vrlo je zahtjevan pronašetak odgovarajućeg modela. Kod simboličke regresije u stvaranju hipoteza i teorijskih modela ne sudjeluje promatrač, već se taj zadatak prepusta nesvjesnom mehanizmu evolucije.

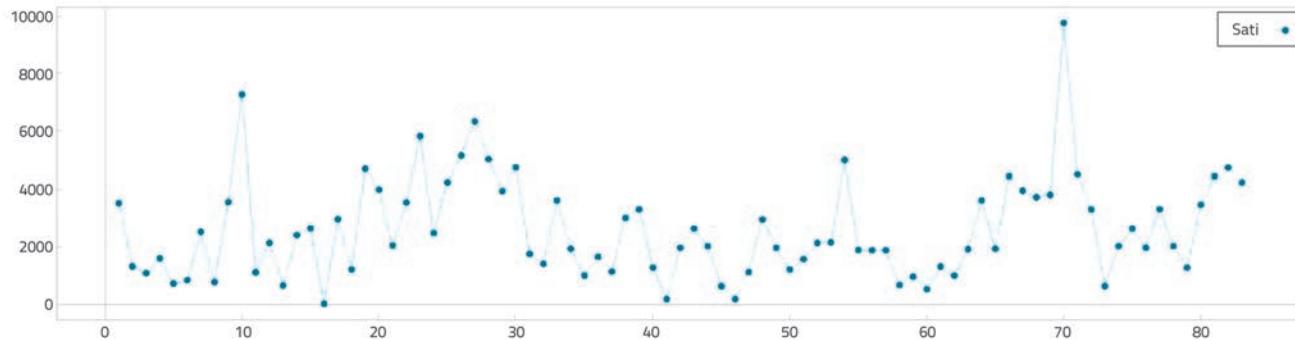
Simbolička regresija je vrsta regresije koja traži model i varijable kako bi pronašla model koji najbolje odgovara zadanim skupu podataka. Inicijalni izrazi [23] oblikuju se nasumice kombiniranjem matematičkih sekvenci, kao što su osnovni matematički operatori, analitičke funkcije, konstante, varijable, logički operatori itd. Nove jednadžbe oblikuju se kombiniranjem prethodnih jednadžbi, upotrebom procesa genetičkog programiranja. U komplikiranijim slučajevima, kada znanstvenici imaju veliki broj podataka, proces selekcije matematičkih formula putem genetičkih algoritama vrlo je spor [24].

Faktori poput pouzdanosti prodavača, [25, 26] prikaza oglasa, početnog i krajnjeg vremena oglašavanja otežavaju predviđanje cijene na aukciji. Čak i kada bi sve te varijacije bile uzete u obzir, opet bi postojala nesigurnost ljudskog ponašanja prilikom ponude na aukcijama. Primjenom simboličke regresije znanstvenici dopuštaju da ih podaci usmjere na odgovarajući model prije nego im nametnu svoje *a priori* prepostavke. Dobar model trebao bi biti precizan u smislu uzimanja podataka o ponašanju i ne bi smio ovisiti o nepotrebnim strukturama i varijablama, kao što može biti slučaj s unaprijed definiranim modelima.

"The Nutonian Software", koji su stvorili Michael Schmidt i Hod Lipson [23] primjenjen je u ovom istraživanju. Kada istraživač ima velik broj podataka u analizi, a u domeni znanja o sustavu generiranja podataka ograničenje, zadatok i odgovornost istraživača je da izdvoji varijable podataka u nepovezani podskup i pogodi pravi oblik modela, ili da isproba neku metodu za strojno učenje. Hod Lipson [23, 27] pokušao je usporediti Eureqa Nutonian softver i metodu simboličke regresije s drugim metodama za strojno učenje kao što su neuralne mreže, stablo odlučivanja i linearna regresija (slika 2.).



Slika 2. Usporedba Nutonianovog računalnog programa s drugim modelima za strojno učenje (Hod Lipson)



Slika 3. Prikaz unesenih podataka za dozer D39PX-21

U toj usporedbi [27] očita je upotreba Eureqaine simboličke regresije proizvela modela koji su i precizniji i jednostavniji od ostalih metoda za strojno učenje.

9. Primjer stvaranja modela kroz simboličku regresiju

Ovaj model prikazat će proces stvaranja osjetljivosti modela koristeći podatke samo jednog modela građevinskog stroja. Odabrani stroj je dozer D39PX-21, a analizirana su 83 uzorka (slika 3.). Taj model se često ponavlja u bazi podataka (podaci se nalaze u tablici 2.).

Model ID je identifikacijski broj, tj. jedinstveni model stroja (primjerice, model ID = 216 za sve buldožere D39PKS-21). Starost stroja izračunava se kao broj dana između datuma prodaje i datuma proizvodnje tako da se 1. siječnja uzima kao početni datum kalendarske starosti stroja (npr., ako je godina proizvodnje 2007., tada starost računamo kao broj dana koji je protekao od 1. siječnja 2007. do datuma prodaje).

Tablica 1. Prikaz statistike i osjetljivosti modela na temelju podataka za dozer D39Px-21

Statistika	
R ² Goodness of Fit	0,42
Koeficijent korelacije	0,66
Maksimalna pogreška	23.092,78
Prosječna kvadratna pogreška	51.715.404,00
Prosječna apsolutna pogreška	5.357,86
Osjetljivost varijable	
Osjetljivost varijable po satu	0,99085
Osjetljivost varijable s obzirom na starost	0,57814
CPI osjetljivost varijable	0,013194

Nakon normalizacije podataka, sljedeća faza je otklanjanje ekstremnih vrijednosti. U ovom je radu otklanjanje tih vrijednosti napravljeno automatski, brisanjem svih vrijednosti koje su iznad dvostrukе vrijednosti razlike između trećeg i prvog kvartila IQR (interkvartilni opseg). Model za pretragu podataka je napravljen kombinacijom konstanti, integrala, zbrajanja, dijeljenja,

množenja, oduzimanja, logaritama, faktorijela, kvadriranja i korjenovanja. Tijekom rada na softveru za razvoj modela podataka izvedene su 32 milijarde procjena (tablica 1.). Da bi se stekao uvid u kvalitetu statističkog modela mogu se primijeniti različiti statistički parametri. Fit koeficijent upućuje na to koliko se podataka može očekivati koristeći model regresije. Taj koeficijent se nalazi u rasponu od 0 (svi podaci odgovaraju modelu) do 1 (niti jedan podatak ne odgovara modelu). Na temelju Gunnarovog [1] istraživanja na malom broju strojeva, kada je varijabla R² Goodness of Fit, manja od 0,7 može se prihvati kao prikladan model. U tom slučaju model R² Goodness of Fit iznosi 0,42 (slika 4.).



Slika 4. Prikaz unesenih vrijednosti koje odgovaraju modelu D39PX-21

Taj model dozera je proizведен u razdoblju od 2003. do 2007. godine (godišta dozera) i približno pola uzoraka (45 strojeva) imalo je kumulativni broj sati rada veći od 2000. U sljedećem koraku model uzima u obzir samo one dozere D39PX-2 koji su radili duže od 2000 radnih sati, zajedno s modelom za one dozere koji su radili manje od 2000 sati (tablica 3.).

U tablicama 1. i 3. može se vidjeti da se predviđeni model sa Goodness of Fit manjim od 0,7 može napraviti. R² Goodness of Fit dozera D39PX-21 strojeva koji imaju manje od 2000 radnih sati je 0,83, a Fit model za sve D39PX-21 strojeve je 0,42 zato što je cijenu novijih strojeva teže predvidjeti.

U prvom predviđenom modelu, gdje su za analizu primijenjena najčešće 82 stroja, može se primjetiti da zavisna varijabla (ZV) rezidualne vrijednosti i nezavisna varijabla, prodajna cijena

Tablica 2. Ulagni podaci za kreiranje modela na primjeru dozera D39PX-21

Godina proizvodnje	Starost	Sati	CPI	Prodajna cijena
2007.	899	3505	207,3	40000
2006.	1516	1310	201,6	45000
2008.	597	1078	215,303	59000
2006.	1334	1593	201,6	26500
2007.	798	715	207,3	49000
2003.	1317	838	184	63000
2001.	1417	2516	177,1	41000
2006.	734	767	201,6	61000
2003.	1925	3545	184	20500
2002.	2480	7266	179,9	23000
2006.	1019	1100	201,6	50000
2005.	1412	2131	195,3	25000
2006.	1082	648	201,6	46000
2005.	1489	2399	195,3	40000
2006.	1432	2637	201,6	42000
2005.	1572	16	195,3	27000
2005.	1572	2951	195,3	28000
2007.	899	1203	207,3	39000
2005.	1783	4685	195,3	25000
2006.	1380	3977	201,6	28000
2007.	1311	2039	207,3	48000
2004.	2324	3533	188,9	28000
2003.	2596	5815	184	28500
2006.	1747	2470	201,6	38000
2005.	2080	4223	195,3	32000
2003.	2948	5141	184	21000
2005.	2266	6327	195,3	28000
2006.	1901	5012	201,6	33000
2007.	1536	3921	207,3	40000
2005.	2502	4736	195,3	25000
2004.	1148	1749	188,9	48000
2004.	2659	1401	188,9	31000
2005.	1907	3605	195,3	33000
2006.	1242	1923	201,6	32500
2006.	962	993	201,6	47000
2007.	920	1646	207,3	30000
2007.	920	1135	207,3	34000
2003.	2628	2994	184	30000
2005.	2293	3290	195,3	31000
2005.	2328	1268	195,3	36000
2005.	1138	175	195,3	55000
2007.	1360	1962	207,3	52500

Godina proizvodnje	Starost	Sati	CPI	Prodajna cijena
2007.	1360	2627	207,3	46000
2008.	995	2012	215,303	45000
2008.	1261	625	215,303	70000
2005.	1401	175	195,3	55000
2007.	660	1113	207,3	40000
2002.	1957	2943	179,9	34000
2003.	2002	1955	184	29000
2004.	1825	1208	188,9	42500
2004.	1825	1562	188,9	33000
2005.	1825	2127	195,3	32500
2005.	1095	2145	195,3	30000
2005.	1460	4988	195,3	39000
2006.	1825	1880	201,6	28500
2006.	1460	1872	201,6	28000
2006.	1095	1872	201,6	27000
2006.	1095	664	201,6	40000
2007.	730	953	207,3	57500
2007.	730	517	207,3	72500
2005.	1460	1308	195,3	37000
2006.	730	993	201,6	47000
2006.	1095	1911	201,6	41000
2005.	1095	3605	195,3	33000
2006.	1460	1923	201,6	32500
2002.	1460	4433	179,9	24000
2003.	2190	3939	184	29000
2003.	2920	3710	184	32500
2005.	2190	3790	195,3	33000
2006.	1825	9748	201,6	27500
2008.	730	4486	215,303	28500
2005.	1825	3290	195,3	31000
2008.	1095	625	215,303	70000
2008.	1095	2012	215,303	45000
2007.	1460	2627	207,3	46000
2007.	1460	1962	207,3	52500
2005.	2190	3290	195,3	31000
2008.	730	2012	215,303	45000
2005.	2190	1268	195,3	36000
2006.	1460	3454	201,6	26000
2002.	2920	4433	179,9	24000
2002.	2920	4727	179,9	25000
2003.	2920	4223	184	35000

(ID modela, kalendarška starost stroja i kumulativni broj sati rada stroja), imaju jaku i pozitivnu korelaciju u vrijednosti od $r = 0,66$, što predstavlja jednostavnu korelaciju između zavisne (ZV) i nezavisne varijable (NV). Ta vrijednost pokazuje u kojoj mjeri vrijednost tih varijabli povećava vrijednost druge varijable. Vrijedi i obrnuto, ako vrijednost jednih varijabli opada, vrijednost drugih varijabli također će opadati. Prema tome, što je veća prodajna cijena u odnosu na oznaku ID modela, kalendaršku starost stroja i kumulativni broj radnih sati stroja, veća će biti i rezidualna vrijednost. Koeficijent korelacijske funkcije pokazuje kako postoji snažna indikacija da predikcijski model funkcioniše, što može biti provjereno pomoću vrijednosti izraza $R^2 = 0,42$. R^2 , gdje vrijednost predstavlja količinu varijacije objašnjene zavisnim varijablama koji su prediktori. Zato se može za te podatke reći da odvojivi postotak od 42 posto varijacije zavisnih varijabli može biti pripisan nezavisnim varijablama.

Tablica 3. Prikaz osjetljivosti modela na uzorku dozera (model D39PX-21)

Statistika dozera D39PX-21 koji imaju više od 2000 radnih sati	
R ² Goodness of Fit	0,69
Koeficijent korelacijske funkcije	0,83
Maksimalna pogreška	9677,11
Prosječna kvadratna pogreška	14241549
Prosječna apsolutna pogreška	2422,90
Osjetljivost varijable	
Osjetljivost varijable s obzirom na sate	0,47
Osjetljivost varijable s obzirom na starost	0,09
CPI osjetljivost varijable	0,59
Statistika dozera D39PX-21 koji ima manje od 2000 radnih sati	
R ² Goodness of Fit	0,83
Koeficijent korelacijske funkcije	0,87
Maksimalna pogreška	17133,78
Prosječna kvadratna pogreška	32246154
Prosječna apsolutna pogreška	3587,12
Osjetljivost varijable	
Osjetljivost varijable s obzirom na sate	2,26
Osjetljivost varijable s obzirom na starost	1,29
CPI osjetljivost varijable	0,001

Varijabla starosti stroja (0,99) pokazuje najveću osjetljivost, čime pokazuje da je zapravo ta vrijednost jedan od najznačajnijih faktora u predviđanju rezidualne vrijednosti. Druga varijabla koja je pokazala visoku osjetljivost bila je oznaka (ID) modela (0,58), zatim kumulativni broj sati rada stroja (0,01).

Ovaj predikcijski model je primjenjen samo za strojeve koji imaju manje od 2000 sati rada od ukupno 82 stroja iz prvog modela. Među rezultatima statističke analize moguće je vidjeti da zavisna varijabla (ZV), rezidualna vrijednost, i nezavisna varijabla, prodajna cijena (ID modela, kalendarška

starost stroja i kumulativni broj sati rada stroja), imaju jaku pozitivnu korelaciju u vrijednosti od $r = 0,83$, što predstavlja jednostavnu korelaciju između zavisne (ZV) i nezavisne varijable (NV). Ta vrijednost pokazuje da ako se vrijednost jednih varijabli poveća, povećat će se i vrijednost drugih varijabli. I obrnuto, ako se vrijednost jednih varijabli smanji, smanjiće se i vrijednost drugih varijabli. Stoga će veća prodajna cijena u odnosu na ID modela, kalendaršku starost stroja i kumulativni broj radnih sati stroja značiti i veću rezidualnu vrijednost. Koeficijent korelacijske funkcije pokazuje to da postoji jaka indikacija da predikcijski model funkcioniše, što može biti provjereno vrijednošću $R^2 = 0,64$. Vrijednost R^2 predstavlja količinu varijacije objašnjene zavisnim varijablama kao predikcijskim faktorima. Prema tome, za ove podatke može se reći da se odvojiva količina od 69 posto varijacije zavisne varijabli može pripisati nezavisnoj varijabli. Varijacija zavisnih varijabli je rezultat nezavisnih varijabli, pa se može reći da je ovaj model odličan prediktor.

Varijabla sati rada stroja (0,47) pokazala je najveću osjetljivost, upućujući na to da je ona jedan od najvažnijih faktora u predviđanju rezidualne vrijednosti. Druga varijabla koja je pokazala visoku osjetljivost bio je ID modela (0,59), zatim kalendarška starost stroja (0,9).

U usporedbi sa prvim modelom i rezultatima pronađenim u literaturi, ovaj predikcijski model pokazao se boljim od prvoga, uzimajući u obzir da su u njega bili uključeni samo strojevi s više od 2000 sati rada. Prema tome, rezultati statističke analize pokazali su da kada stroj ima više od 2000 sati rada može se točnije utvrditi njegova prodajna cijena (ZV).

U predikcijskom modelu korišteni su samo strojevi s manje od 2000 sati rada, od ukupno 82 stroja koja su korištena u prvom modelu i predviđanju. Kroz rezultate statističke analize može se vidjeti da zavisna varijabla (ZV), rezidualna vrijednost, i nezavisna varijabla, prodajna cijena (ID modela, kalendarška starost stroja i kumulativni broj radnih sati stroja), imaju visoku pozitivnu korelaciju predstavljenu vrijednošću $r = 0,87$, što predstavlja jednostavnu korelaciju zavisne (ZV) i nezavisne varijable (NV). Ta vrijednost pokazuje u kojoj će mjeri rasti vrijednost jedne varijable ako raste vrijednost druge varijable. I obrnuto, ako se vrijednost jedne varijable smanjuje, smanjujeće se i vrijednost druge varijable. Prema tome, viša prodajna cijena u odnosu na ID modela, kalendaršku starost stroja i kumulativni broj radnih sati stroja znači i veću rezidualnu vrijednost. Koeficijent korelacijske funkcije pokazuje kako postoji jaka indikacija da predikcijski model funkcioniše, što može biti provjereno vrijednošću $R^2 = 0,83$. R^2 predstavlja količinu varijacije objašnjene zavisnim varijablama kao prediktorima. Stoga se za ove podatke može reći da se odvojiva količina od 83 % varijacije zavisne varijable može pripisati nezavisnoj varijabli.

Varijabla sati rada stroja (2,26) pokazala je visoku osjetljivost, upućujući na to da je ona jedan od najznačajnijih faktora u predviđanju rezidualne vrijednosti. Druga varijabla koja je pokazala visoku osjetljivost bila je kalendarška starost stroja (1,29), zatim ID modela (0,001).

Za ove podatke, predikcijski model se pokazao kao najbolji u odnosu na prethodna dva modela. Za strojeve koji su učestaliji, jasno je da za stroj s manje od 2000 sati rada rezidualna vrijednost može biti točnije predviđena, gdje se statistički model prognoze pokazao kao najbolji prediktor.

10. Rezultati istraživanja i rasprava

U prethodnom je primjeru predstavljena izrada triju modela, u kojima je zavisna varijabla bila rezidualna vrijednost dozera D39PX-21, a nezavisne varijable bile su ID modela, dozerova kalendarska starost i dozerov kumulativni broj radnih sati. Primjenom iste metodologije osmišljena su tri modela na velikom uzorku građevinskih strojeva. Rezultati su predstavljeni u tablici 4.

Tablica 4. Rezultati istraživanja, prikaz osjetljivosti triju modela

Statistički podaci 61.153 stroja	
R ² Goodness of Fit	0,21
Koeficijent korelacije	0,51
Maksimalna pogreška	81756,60
Prosječna kvadratna pogreška	3.81616e8
Prosječna apsolutna pogreška	14105,92
Varijable osjetljivosti	
Varijabla osjetljivosti s obzirom na starost	0,98
Varijabla osjetljivosti s obzirom na ID modela	0,86
Varijabla osjetljivosti s obzirom na sate	0,85
Statistika za 38.182 dozera koji imaju više od 2000 radnih sati	
R ² Goodness of Fit	0,24
Koeficijent korelacije	0,52
Maksimalna pogreška	88535,41
Prosječna kvadratna pogreška	4.56959e8
Prosječna apsolutna pogreška	15847,12
Varijable osjetljivosti	
Varijabla osjetljivosti s obzirom na starost	1,12
Varijabla osjetljivosti s obzirom na ID modela	0,79
Varijabla osjetljivosti s obzirom na sate	0,58
Statistika 22.861 stroja koji imaju manje od 2000 radnih sati	
R ² Goodness of Fit	0,15
Koeficijent korelacije	0,84
Maksimalna pogreška	60796,36
Prosječna kvadratna pogreška	1.67834e8
Prosječna apsolutna pogreška	9027,90
Varijable osjetljivosti	
Varijabla osjetljivosti s obzirom na starost	3,29
Varijabla osjetljivosti s obzirom na ID modela	0,24
Varijabla osjetljivosti s obzirom na sate	0

U predikcijskom modelu, gdje su sva 61.153 stroja primjenjena za analizu, može se vidjeti da zavisna varijabla (ZV), rezidualna vrijednost, i nezavisna varijabla, prodajna cijena (ID modela, kalendarska starost stroja i kumulativni broj radnih sati stroja), imaju jaku pozitivnu korelaciju u vrijednosti od $r = 0,51$, što je jednostavna korelacija između nezavisne i zavisne varijable. Ta vrijednost indicira opseg do kojeg vrijednost tih varijabli povećava vrijednost drugih varijabli. S druge strane, ako se vrijednost tih varijabli smanjuje, vrijednost drugih varijabli također će se smanjiti. Što je veća prodajna cijena identifikacijskog modela, kalendarska starost stroja i ukupan broj radnih sati, bit će veća i rezidualna vrijednost. Koeficijent korelacije indicira kako postoji jak nagovještaj da model predviđanja radi, što može biti potvrđeno vrijednošću $R^2 = 0,21$. Vrijednost R^2 je iznos varijacije koju objašnjava DV svojim prediktorima. Stoga, za te podatke se može reći da 21 % varijacije zavisne varijable može biti dodijeljeno nezavisnoj varijabli.

Vrijeme starosne varijable stroja (0,98) pokazalo je najveću osjetljivost, dokazujući da je jedna od najvažnijih faktora prilikom predviđanja rezidualne vrijednosti. Druga varijabla koja je pokazala veću osjetljivost je identifikacijski model (0,86), koju prati ukupan broj sati rada stroja (0,85).

U predikcijskom modelu, gdje su samo 38.182 stroja (s više od 2000 sati rada) bila uključena u analizu, možemo vidjeti da zavisna varijabla, (RV) rezidualna vrijednost i nezavisna varijabla - maloprodajna cijena (identifikacijski model, starosna dob stroja i ukupan broj radnih sati stroja) - imaju jak i pozitivan odnos predstavljen vrijednošću $r = 0,52$, što je jednostavna korelacija između zavisne varijable (DV) i nezavisne varijable (IV). Ta vrijednost pokazuje opseg do kojeg vrijednost tih varijabli povećava vrijednost drugih varijabli. Suprotno tome, ako se vrijednost tih varijabli smanjuje, vrijednost drugih varijabli se također smanjuje. Prema tome, što je veća prodajna cijena identifikacijskog modela, starosna dob stroja i ukupni radni sati stroja, veća će biti i rezidualna vrijednost. Koeficijent korelacije upućuje na to kako postoji jaka naznaka da će model predviđanja raditi, što može biti potvrđeno vrijednošću $R^2 = 0,24$. Vrijednost R^2 je iznos varijacije koju objašnjava DV svojim prediktorima. Tako za ove podatke možemo reći da 24 % varijacije zavisne varijable može biti dodijeljeno nezavisnoj varijabli.

Starosna varijabla stroja (1,12) pokazala je najveću osjetljivost, dokazujući da je jedan od najvažnijih faktora prilikom predviđanja rezidualne vrijednosti. Druga varijabla koja je pokazala veću osjetljivost jest identifikacijski model (0,79), koju prati ukupan broj radnih sati stroja (0,58).

U usporedbi s prvim modelom i objedinjenim rezultatima koji su pronađeni u literaturi, ovaj model predviđanja je bolji od prvoga jer uključuje samo strojeve s više od 2000 sati rada. Rezultati statističke analize tih podataka su pokazali da kada strojevi imaju više od 2000 sati rada možemo preciznije predvidjeti njihovu prodajnu cijenu (DV).

U predikcijskom modelu gdje je samo 22.861 stroj (s manje od 2000 sati rada) bio uključen u analizu, možemo vidjeti

da zavisna varijabla, (RV) rezidualna vrijednost i nezavisna varijabla - maloprodajna cijena (identifikacijski model, starosna dob stroja i ukupan broj radnih sati stroja) - imaju jak i pozitivan odnos, predstavljen vrijednošću $r = 0,84$, što je jednostavna korelacija između zavisne varijable (DV) i nezavisne varijable (IV). Suprotno tome, ako vrijednost tih varijabli opada, vrijednost drugih varijabli također će pasti. Prema tome, što je veća prodajna cijena identifikacijskog modela, starosna dob stroja i ukupni radni sati stroja, veća će biti i rezidualna vrijednost. Koeficijent korelacije upućuje na to kako postoji jaka naznaka da model predviđanja radi, što može biti potvrđeno vrijednošću $R^2 = 0,15$. Vrijednost R^2 je iznos varijacije koju objašnjava DV svojim prediktorima. Na temelju tih podataka može se zaključiti da 15 % varijacije zavisne varijable može biti dodijeljeno nezavisnoj varijabli.

Starosna varijabla stroja (3,29) ponovo je pokazala najveću osjetljivost, dokazujući da je jedan od najvažnijih faktora prilikom predviđanja rezidualne vrijednosti. Druga varijabla koja je pokazala veću osjetljivost jest identifikacijski model (0,24). Radni sati nisu imali ulogu u osjetljivosti modela. Taj rezultat može biti objašnjen malim brojem radnih sati stroja. Kada su upotrijebljeni samo strojevi s manje od 2000 sati, to se pokazalo da će model predviđanja biti lošiji; ovo je slučaj kada model pokazuje manje rada u predviđanju zavisne varijable.

LITERATURA

- [1] Lucko, G.: A statistical analysis and model of the residual value of different types of heavy construction equipment, Ph.D. dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, 2003.
- [2] Lucko, G.: Predicting the residual value of heavy construction equipment. Proc., 4th Joint Int. Symp. on Information Technology in Civil Engineering, pp. 1-11, 2003.
- [3] Mitchell, Z.J.: A statistical analysis of construction equipment repair costs using field data and the cumulative cost model, Ph.D. dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, 1998.
- [4] Perry, G.M.: Durable asset depreciation: A reconciliation between hypotheses, American Journal of Agricultural Economics, 72 (1990), pp. 524-529.
- [5] Grinyer, P.H.: The Effects of Technological Change on the Economic Life of Capital Equipment, AHE Transactions, 5 (1973) 3, pp. 203-213.
- [6] Peurifoy, R.L.: Construction planning, equipment, and methods. McGraw-Hill, New York., 1996.
- [7] Cowles, H.A.: Valuation of Industrial Property: A Proposed Model. The Engineering Economist, 23 (1978), pp. 141-161.
- [8] Vorster, M.C.: Association of Construction Equipment Managers _ACEM_ development program at Virginia Tech, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Va., 1995.
- [9] DeGarmo, E., Sullivan, W., Bontadelli, J.: Engineering economy, 9th Ed., Macmillan, New York., 1993.
- [10] Douglas, G., Popescu, C., Richard R.: Construction Equipment Management for Engineers, Estimators and Owners, 2005.
- [11] Vorster, M.: Consequential equipment costs associated with lack of availability and downtime. Journal Construction Engineering Management, 116 (1996) 4, pp. 656-669.
- [12] Vorster, M.: A systems approach to the management of civil engineering construction equipment, Ph.D. dissertation, Univ. of Stellenbosch, Stellenbosch, Western Cape, South Africa, 1980.
- [13] Vorster, M.: Construction equipment economics, 1st Ed. Pen Publications, Organizing for equipment management, pp. 828, 2009.
- [14] Vorster, M.: Construction equipment economics, Pen, Christiansburg, VA., 2009.
- [15] Kannan, G.: A methodology for the development of a production experience database for earthmoving operations using automated data collection, Ph.D. dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State Univ., Blacksburg, VA., 1999.
- [16] Hildreth, J.C.: The use of short-interval GPS data in construction operations analysis, Ph.D. dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State Univ., Blacksburg, VA., 2003.
- [17] Martinez, C.: STROBOSCOPE: State and resource based simulation of construction processes, Ph.D. thesis., Univ. of Michigan, Ann Arbor, MI., 2011.
- [18] Kastens, T.H.: An owning and operating cost calculator model for construction equipment, Blacksburg, Va., 2002.

- [19] Werblow, D.: Forest Harvesting Equipment Ownership and Operating Costs., Southern Journal of Applied Forestry ,10 (1986) 1, pp. 10-15.
- [20] Cross, T., Perry, G.: Depreciation patterns for agricultural machinery, American Journal of Agricultural Economics, 77 (1995) 1, pp. 194-204.
- [21] Lucko, G., Anderson-Cook, C., Vorster, M.: Unknown element of owning costs-Impact of residual value, Journal of Construction Engineering and Management, 133 (2007) 1, pp. 3-9.
- [22] Lucko, G., Mitchell, Z.: Quantitative research: Preparation of incongruous economic data sets for archival data analysis, Journal of Construction Engineering and Management, 136 (2010) 1, pp. 49-57.
- [23] Schmidt, M., Hod, L.: Distilling free-form natural laws from experimental data. Science (AAAS) 324 (2009) 5923, pp. 81-85.
- [24] Milajić, A., Beljakovic, D., Petronijevic, P.: Genetic algorithms for assigning tasks to construction machine operators, GRAĐEVINAR, 63 (2011), 8, pp. 749-755.
- [25] Rayid G., Hillery, S.: Predicting the End-Price of Online Auction, 2004.
- [26] Bajari, P., Hortacsu, A.: Reserve Prices and Endogenous Entry: Empirical Insights from Ebay Auctions, The Rand Journal of Economics, pp. 329-355, 2002.
- [27] Nutonian, <http://blog.nutonian.com/bid/330675/How-does-Eureqa-Compare-to-Other-Machine-Learning-Methods>