

Primljen / Received: 20.10.2014.

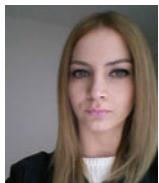
Ispravljen / Corrected: 17.12.2014.

Prihvaćen / Accepted: 20.2.2015.

Dostupno online / Available online: 10.4.2015.

# Analiza stabilnosti suho zidanih kamenih nadvoja kombiniranom metodom konačno-diskretnih elemenata

Avtori:

**Emili Zubović**, mag.ing.aedif.

Sveučilište u Splitu

Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije  
[zubovic.e@gmail.com](mailto:zubovic.e@gmail.com)

Stručni rad

**Emili Zubović, Hrvoje Smoljanović, Boris Trogrlić**

## Analiza stabilnosti suho zidanih kamenih nadvoja kombiniranom metodom konačno-diskretnih elemenata

U ovom radu prikazana je primjena kombinirane metode konačno-diskretnih elemenata (FEM/DEM) u analizi potresne otpornosti suho zidanih kamenih nadvoja. Sedam kamenih suhozida s različitim tipovima kamenih nadvoja izloženo je djelovanju linearno rastućeg horizontalnog ubrzanja podlage, te potresnom opterećenju. Na temelju dobivenih rezultata analizirana je potresna otpornost te mehanizmi sloma pojedinog tipa nadvoja. Također su komentirane i predložene preporuke za oblikovanje kamenih nadvoja s ciljem postizanja što veće potresne otpornosti.

### Ključne riječi:

suho zidani kameni nadvoji, potresna otpornost, kombinirana metoda konačno-diskretnih elemenata (FEM/DEM)

Professional paper

**Emili Zubović, Hrvoje Smoljanović, Boris Trogrlić**

## Stability analysis of dry stone lintels using combined finite-discrete element method

The use of the combined finite-discrete element method (FEM/DEM) in the analysis of seismic resistance of dry stone lintels is presented in this paper. Seven dry stone masonry walls with different types of stone lintels were exposed to linearly increasing horizontal base acceleration and to seismic excitation. Based on the analysis results, the seismic resistance and failure mechanisms were analysed for each type of lintel. Recommendations for the design of stone lintels, aimed at achieving the greatest possible seismic resistance, were also discussed and presented.

### Key words:

dry stone masonry lintel, seismic resistance, combined finite-discrete element method (FEM/DEM)

Fachbericht

**Emili Zubović, Hrvoje Smoljanović, Boris Trogrlić**

## Stabilitätsanalyse von Stürzen in Trockensteinmauerwerk mittels der kombinierten Finite-Diskrete-Elemente-Methode

Diese Arbeit stellt die Anwendung der kombinierten Finite-Diskrete-Elemente-Methode (FEM/DEM) zur Ermittlung der Erdbebensicherheit von Stürzen in Trockensteinmauerwerk vor. Sieben Trockensteinmauern mit verschiedenen Steinsturz-Typen sind linear anwachsenden horizontalen Bodenbeschleunigungen und Erdbebeneinwirkungen ausgesetzt worden. Auf den Resultaten numerischer Analysen beruhend, sind Erdbebensicherheit und Versagensmechanismen der verschiedenen Stürze analysiert worden. Empfehlungen zum Entwurf der Trockensteinstürze, die auf das Erzielen erhöhter Erdbebensicherheit ausgesetzt sind, werden ebenfalls erläutert.

### Schlüsselwörter:

Sturz in Trockensteinmauerwerk, Erdbebensicherheit, kombinierte Finite-Diskrete-Elemente-Methode (FEM/DEM)

**Prof.dr.sc. Boris Trogrlić**, dipl.ing.građ.

Sveučilište u Splitu

Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije  
[boris.trogrlic@gradst.hr](mailto:boris.trogrlic@gradst.hr)

## 1. Uvod

Povijesne građevine, od kojih su neke pod zaštitom United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization (UNESCO), mogu se naći u brojnim većim i manjim hrvatskim gradovima. Uglavnom su to primorski gradovi i naselja koji su u prošlosti bili pod rimskom upravom.

Najpoznatiji od njih su: Dubrovnik, u kojem je pod zaštitom UNESCO-a cijela stara gradska jezgra, a u svijetu su poznate 1940 metara duge gradske zidine izgrađene u svrhu obrane grada u razdoblju od 13. do 17. stoljeća; zatim Split, gdje se nalazi Dioklecijanova palača iz 295. godine; Pula u čijem se centru grada nalaze Slavoluk Sergijevaca (poznatiji kao Zlatna vrata) iz razdoblja između 29. i 27. godine pr.Kr. (slika 1.a), Dvojna vrata, sagrađena krajem 2. stoljeća (slika 1.b), Augustov hram, sagrađen između 2. godine pr.Kr. i 14. godine nove ere (slika 1.c) i rimski amfiteatar Arena, šesti po veličini rimski amfiteatar u svijetu (slika 1.d).

Do danas je razvijen velik broj numeričkih metoda za analizu zidanih konstrukcija koje se razlikuju prema razini točnosti, količini ulaznih podataka, rezultatima koji se žele dobiti, efektima koji se mogu javiti u konstrukciji za određenu pobudu te vremenu trajanja proračuna. Najraširenija metoda za analizu konstrukcija koja je svoju primjenu našla i u analizi kamenih konstrukcija [1-6] je metoda konačnih elemenata.

U sklopu ove metode konstrukcija se simulira kao ortotropni kontinuum u kojem je srednja veza između naprezanja i deformacija dobivena eksperimentalno ili tehnikama homogeniziranja. Nedostatak modeliranja kamenih konstrukcija pomoću numeričkih modela baziranih na pretpostavci kontinuma bez primjena posebnih tehnika modeliranja (formulacija polja pomaka s uključenim diskontinuitetima) jest nemogućnost opisivanja pojave velikih diskontinuiteta u polju pomaka među blokovima, te nemogućnost simuliranja mehaničke interakcije između više blokova što je bitno pri analizi konstrukcija izloženih intenzivnom potresnom opterećenju kao i analizi progresivnog sloma kamenih konstrukcija.

Za analizu problema u kojima je prisutna mehanička interakcija između više tijela koja mogu imati velike rotacije i pomake razvijeni su numerički modeli bazirani na metodi diskretnih elemenata. Ta metoda, čija je prvotna namjena bila simuliranje

klizanja i razdvajanja povezanih stijenskih masa duž unaprijed određenih pukotina [7], svoju je primjenu našla u analizi kamenih konstrukcija [8-10]. Glavno obilježje metode diskretnih elemenata koje je omogućilo njezinu primjenu u analizi zidanih konstrukcija jest prezentacija konstrukcije kao skupa diskretnih elemenata međusobno povezanih kontaktima elementima. Ovaj pristup omogućuje simuliranje sloma konstrukcije uslijed rotacije, klizanja te udarnog opterećenja. Nedostatak modela baziranih na metodi diskretnih elemenata je nemogućnost opisivanja stanja naprezanja i deformacije unutar diskretnih elemenata, što je vrlo važno pri analizi pojave i razvoja pukotina. U novije vrijeme postojalo je dosta pokušaja da se iskoriste prednosti metode konačnih i diskretnih elemenata [11-13]. Jedna od takvih metoda je i kombinirana metoda konačno-diskretnih elemenata koju je razvio Ante Munjiza [14, 15]. Ta se metoda zasniva na simulaciji ponašanja velikog broja diskretnih elemenata koji se mogu naći u međusobnoj interakciji. Svaki diskretni element je diskretiziran s vlastitom mrežom konačnih elemenata čime je omogućena njegova deformabilnost. Materijalna nelinearnost, uključujući pojavu i razvoj pukotina, te naposljeku fragmentaciju diskretnih elemenata, omogućena je modelom kontaktnih elemenata [16] koji su implementirani između konačnih elemenata. Da bi se svi ovi efekti obuhvatili, u okviru ove metode razvijeni su algoritmi koji u svakom vremenskom koraku uključuju detekciju i interakciju kontakta, praćenje stanja naprezanja i deformacija u konačnom i kontaktnom elementu, pojavu i razvoj pukotina, integraciju jednadžbi gibanja u vremenu koja uključuje velike pomake i rotacije, te vizualizaciju spomenutih efekata. Upravo zbog svih svojih obilježja, kombinirana metoda konačno-diskretnih elemenata pokazala se vrlo prikladnom u analizi kamenih konstrukcija [17, 18].

U sklopu ovog rada prikazana je primjena kombinirane metode konačno-diskretnih elemenata u analizi potresne otpornosti suho zidanih kamenih nadvoja. Sedam kamenih suhozida s različitim tipovima kamenih nadvoja izloženo je djelovanju linearno rastućeg horizontalnog ubrzanja podloge te potresnom opterećenju. Na temelju dobivenih rezultata analizirana je potresna otpornost te mehanizmi sloma pojedinog tipa nadvoja. Također su komentirane i predložene preporuke za oblikovanje kamenih nadvoja s ciljem postizanja što veće potresne otpornosti.

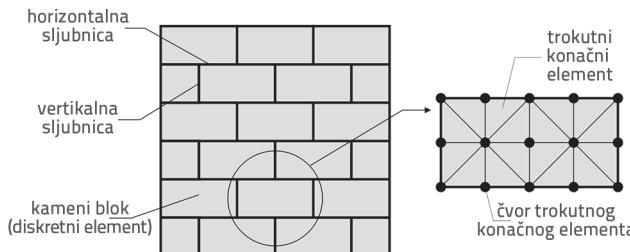


Slika 1. Stare kamene konstrukcije u Puli: a) Slavoluk Sergijevaca (Zlatna vrata); b) Dvojna vrata; c) Augustov hram; d) amfiteatar Arena

## 2. Osnove kombinirane metode konačno-diskretnih elemenata

### 2.1. Diskretizacija konstrukcije

Suho zidana kamena konstrukcija promatra se u okviru ovog rada kao skup diskretnih elemenata, odnosno kamenih blokova (slika 1.). Svaki kameni blok diskretiziran je vlastitom mrežom trokutnih konačnih elemenata. Ponašanje materijala u konačnim elementima je linearnelastično, dok se kontaktne sile koje se javljaju između susjednih blokova, uključujući i sile trenja, baziraju na principu potencijalnih kontaktnih sila, kako je to objašnjeno u nastavku ovog poglavlja.

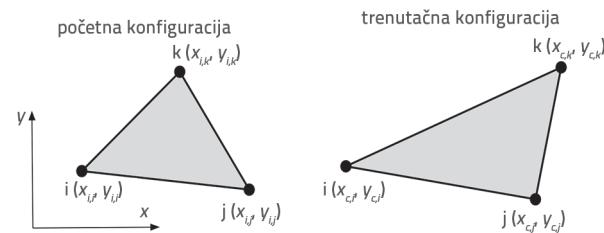


Slika 2. Diskretizacija suho zidane kamene konstrukcije

Budući da je čvrstoća kamena uglavnom mnogo veća od uporabne razine naprezanja koja se javlja kod kamenih konstrukcija [17, 19] te da se slom konstrukcije uglavnom javlja zbog gubitka stabilnosti uslijed pojave relativnih pomaka među kamenim blokovima pod utjecajem horizontalnog djelovanja, u ovom radu nije razmatrana mogućnost pucanja kamenih blokova.

### 2.2. Deformabilnost konačnih elemenata

U sklopu kombinirane metode konačno-diskretnih elemenata, deformabilnost diskretnih elemenata omogućena je njihovom diskretizacijom pomoću mreže konačnih elemenata. Zbog potrebe za što jednostavnijim i bržim algoritmom, ali i činjenice da se i proračun kontaktnih sila temelji na istoj diskretizaciji, odabran je geometrijski najjednostavniji konačni element. U ravninskim problemima to je trokutni tročvorni konačni element. Geometrija trokutnog tročvornog konačnog elementa određena je sa globalnim koordinatama svakog čvora ( $x, y$ ), pri čemu su  $(x_i, y_i)$  koordinate tih čvorova u početnoj konfiguraciji, dok su  $(x_c, y_c)$  koordinate tih čvorova u trenutačnoj konfiguraciji (slika 3.). Budući da diskretni elementi mogu mijenjati svoj položaj u prostoru, pomaci diskretnih elemenata mogu se razložiti na dvije komponente, a to su pomaci diskretnih elemenata kao krutih tijela koji uključuju translaciju i rotaciju, te pomaci koji uzrokuju deformiranje što podrazumijeva promjenu volumena i oblika. Pomaci deformabilnog tijela koji uključuju rotaciju i deformiranje u okolini neke točke deformabilnog tijela određeni su gradijentom deformiranja  $\mathbf{F}$  [14].



Slika 3. Trokutni konačni element u početnoj i deformiranoj konfiguraciji

Korištenje trokutnog tročvornog konačnog elementa ima za posljedicu da je gradijent deformiranja konstantan u svim točkama trokuta i može se dobiti kao

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} x_{c,j} - x_{c,i} & x_{c,k} - x_{c,i} \\ y_{c,j} - y_{c,i} & y_{c,k} - y_{c,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{i,j} - x_{i,i} & x_{i,k} - x_{i,i} \\ y_{i,j} - y_{i,i} & y_{i,k} - y_{i,i} \end{bmatrix}^{-1} \quad (1)$$

Poznavajući gradijent deformiranja  $\mathbf{F}$  moguće je izračunati Green-St. Venantov tenzor deformacija  $\mathbf{\bar{E}}$  iz izraza

$$\mathbf{\bar{E}} = \frac{1}{2} (\mathbf{F} \mathbf{F}^T - \mathbf{I}) \quad (2)$$

Usvajajući linearnelastičnu vezu između naprezanja i deformacija, Cauchyjev tenzor naprezanja može se dobiti iz izraza

$$\mathbf{T} = 2\mu \mathbf{\bar{E}} + \lambda \varepsilon_v \mathbf{I} + \bar{\mu} \mathbf{D} \quad (3)$$

gdje su  $\mu$  i  $\lambda$  i Laméove konstante,  $\varepsilon_v$  je volumenska deformacija koja je jednaka

$$\varepsilon_v = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} \quad (4)$$

dok zadnji član s desne strane izraza (3) predstavlja doprinos brzine deformiranja u kojem je  $\bar{\mu}$  koeficijent prigušenja, a  $\mathbf{D}$  tenzor brzine deformacija.

Sila po jedinici duljine stranice trokutnog elementa koja pripada pojedinom čvoru računa se izravnom integracijom tenzora naprezanja prema izrazu

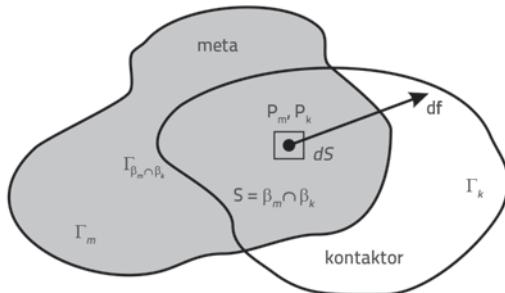
$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & n_{x,c} \\ 2 & n_{y,c} \end{bmatrix} \quad (5)$$

gdje su  $n_{x,c}$  i  $n_{y,c}$  komponente jedinične vanjske normale na stranicu trokutnog konačnog elementa.

### 2.3. Detekcija i interakcija kontakta

Algoritam detekcije kontakta ima cilj pronaći parove susjednih diskretnih elemenata koji su u kontaktu, te eliminirati parove koji su predaleko i ne mogu više biti u kontaktu. U FEM/DEM modelu implementiran je NBS (eng. no binary search) algoritam

detectione kontakta [20]. Ukupno vrijeme potrebno za detekciju svih kontaktnih parova proporcionalno je ukupnom broju diskretnih elemenata.



Slika 4. Kontaktna diferencijalna sila u okolini točaka  $P_m$  i  $P_k$

Nakon što su detektirani parovi diskretnih elemenata, algoritmom kontaktne interakcije [21] određuju se kontakne sile između dva diskretna elementa u kontaktu od kojih se jedan proglašava kontaktorom, a drugi metom (slika 4). U algoritmu interakcije distribuirane kontaktne sile se određuju *penalty* metodom koja se zasniva na principu potencijalnih kontaktne sile. Kada su u kontaktu, kontaktor i meta se preklapaju preko površine  $S$  koja je omeđena vanjskim rubom  $\Gamma_{\beta_m \cap \beta_k}$ . Tada je ukupna kontaktna diferencijalna sila na kontaktoru  $df_k$  definisana kao

$$df_k = [grad\varphi_k(P_m) - grad\varphi_m(P_k)]dS \quad (6)$$

gdje su  $P_m$  i  $P_k$  preklapajuće točke mete i kontaktora, a  $\varphi$  je odgovarajuća funkcija potencijala. Integracijom (6) preko cijele preklapajuće površine  $S$  dobije se ukupna kontaktna sila

$$f_k = \int_{S=\beta_m \cap \beta_k} [grad\varphi_k - grad\varphi_m] dS \quad (7)$$

koja se još može zapisati u obliku

$$f_k = \oint_{\Gamma_{\beta_m \cap \beta_k}} n_\Gamma [\varphi_k - \varphi_m] d\Gamma \quad (8)$$

gdje je  $n_\Gamma$  jedinična vanjska normala na rub  $\Gamma$  preklapajuće površine  $S$ .

U sklopu algoritma kontaktne sile implementiran je Coulombov model suhog trenja za posmične sile u obliku

$$f_t = -k_t \cdot \delta_t \quad (9)$$

gdje je  $f_t$  tangencijalna elastična kontaktna sila,  $k_t$  je *penalty* koeficijent za trenje, a  $\delta_t$  je tangencijalni vektor pomaka između dva elementa [22].

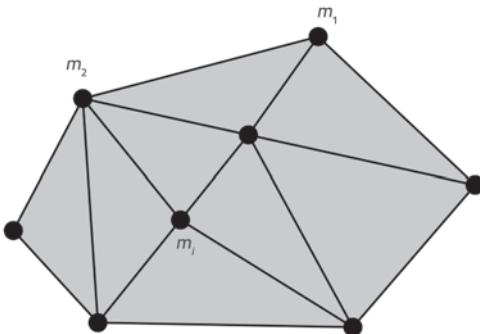
Ako je  $f_t$  veća od maksimalne sile trenja koja je definirana Coulombovim zakonom,  $|f_t| > \mu |f_n|$ , tada elementi klize jedan duž drugog, a posmična je sila između njih definirana preko elastične normalne sile  $f_n$  prema

$$f_t = \mu \cdot f_n \quad (10)$$

gdje je  $\mu$  koeficijent trenja.

## 2.4. Vremenska integracija

U kombiniranoj metodi konačno-diskretnih elemenata, oblik i položaj svakog diskretnog elementa u ravnini opisan je s trenutačnim koordinatama čvorova konačnih elemenata. Da bi se moglo izračunati trenutačne koordinate čvorova, potrebno je uzeti u obzir masu sustava. U kombiniranoj metodi konačno-diskretnih elemenata masa je sustava koncentrirana u čvorovima konačnih elemenata (slika 5.) što vodi prema modelu koncentriranih masa.



Slika 5. Model koncentriranih masa

Vremenska integracija jednadžbe gibanja pojedinog čvora u vremenu provedena je eksplicitnim putem koristeći metodu konačnih razlika [14] koja je uvjetno stabilna i čija stabilnost i točnost ovisi o izboru vremenskog koraka. Opis ažuriranja varijabli u metodi konačnih razlika može se prikazati u obliku

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{i,t+\Delta t/2} &= \mathbf{v}_{i,t-\Delta t/2} + \Delta t \mathbf{f}_{i,t} / m_i \\ \mathbf{x}_{i,t+\Delta t} &= \mathbf{x}_{i,t} + \Delta t \mathbf{v}_{i,t+\Delta t/2} \end{aligned} \quad (11)$$

gdje su  $\mathbf{x}_i$ ,  $\mathbf{v}_i$ ,  $\mathbf{f}_i$ ,  $m_i$  redom vektor položaja, vektor brzine, vektor ukupne sile i masa pojedinog čvora, dok je  $\Delta t$  vremenski korak.

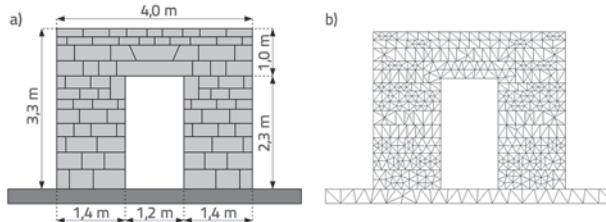
## 3. Primjena FEM/DEM metode u analizi potresne otpornosti kamenih nadvoja

U ovom poglavlju prikazana je primjena FEM/DEM metode u analizi potresne otpornosti kamenih nadvoja. U tu svrhu odabранo je sedam kamenih suhozida s različitim tipovima kamenih nadvoja koji su najprije izloženi monotono rastućem horizontalnom ubrzaju tla, a zatim ubrzaju tla koje je snimljeno za vrijeme tri realna potresa.

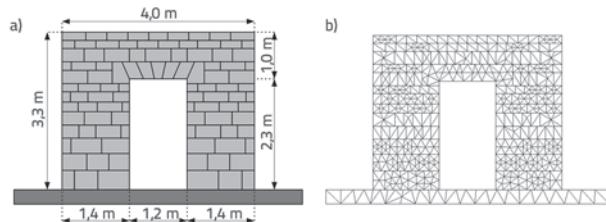
Geometrija zidova s pripadajućim nadvojima (slike 6.a-12.a), uz manje izmjene, preuzeta je iz literature [23]. Za potrebe ovog rada geometrija zidova je djelomično promijenjena u odnosu

na izvorni predložak, na način da su dimenzije kamenih blokova do određene visine na svakom zidu jednake, te je svaki zid osnosimetričan s obzirom na vertikalnu os koja prolazi središtem zida. Razlog ovih izmjena je mogućnost lakše usporedbe ponašanja različitih zidova pod jednakim opterećenjima. Diskretizacija zidova mrežom konačnih elemenata provedena je programom Gmsh [24] i prikazana na slikama 6.b-12.b.

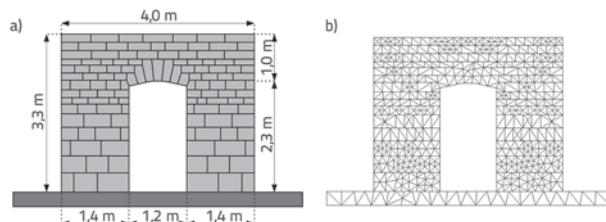
U provedenim analizama modul elastičnosti kamenih blokova i Poissonov koeficijent iznosili su redom 48400 MPa i 0,2, dok je gustoća kama usvojena u iznosu od 2700 kg/m<sup>3</sup>. Vrijednost koeficijenta trenja između kamenih blokova iznosila je 0,6.



Slika 6. Nadvoj tipa A: a) geometrija; b) mreža konačnih elemenata

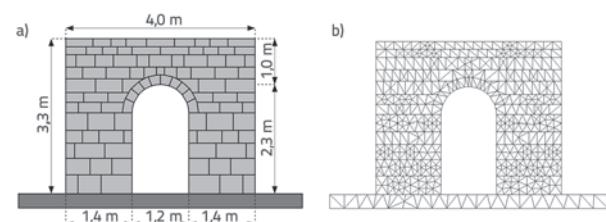


Slika 7. Nadvoj tipa B: a) geometrija; b) mreža konačnih elemenata

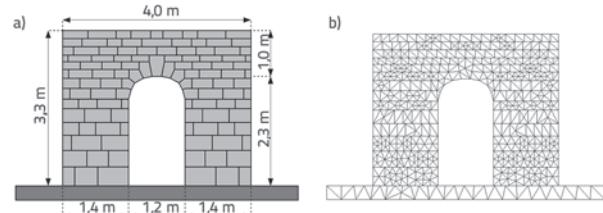


Slika 8. Nadvoj tipa C: a) geometrija; b) mreža konačnih elemenata

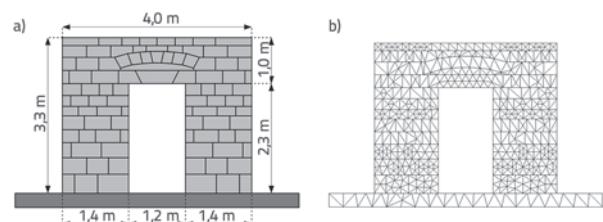
Podloga na kojoj se nalaze zidovi modelirana je kao apsolutno kruta. Zadnjem redu blokova povećana je gustoća kako bi se uzeo u obzir utjecaj međukatne konstrukcije i kako bi se postiglo tlačno naprezanje u iznosu od 0,2 MPa, što odgovara razini naprezanja koja se najčešće javlja u kamenim konstrukcijama [19].



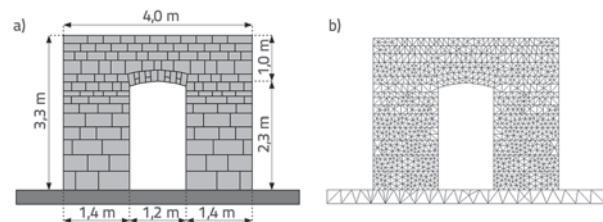
Slika 9. Nadvoj tipa D: a) geometrija; b) mreža konačnih elemenata



Slika 10. Nadvoj tipa E: a) geometrija; b) mreža konačnih elemenata



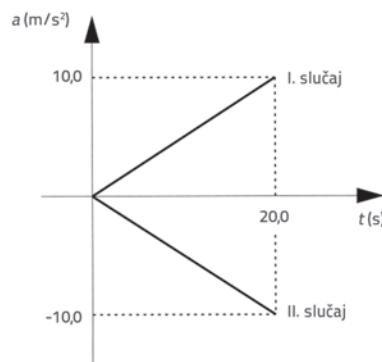
Slika 11. Nadvoj tipa F: a) geometrija; b) mreža konačnih elemenata



Slika 12. Nadvoj tipa G: a) geometrija; b) mreža konačnih elemenata

### 3.1. Linearno rastuće horizontalno ubrzanje podlove

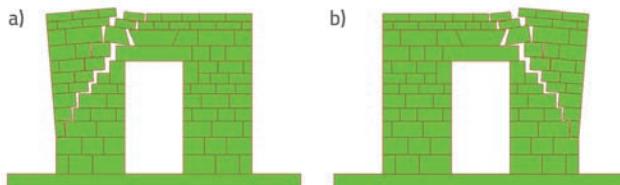
U nastavku su prikazani rezultati analiza zidova izloženih linearno rastućem horizontalnom ubrzaju podlove. Analize su provedene za dva slučaja ubrzanja podlove čija je promjena u funkciji vremena prikazana na slici 13. U prvom slučaju ubrzanje podlove zadano je u pozitivnom smjeru, dok je u drugom slučaju ubrzanje zadano u negativnom smjeru.



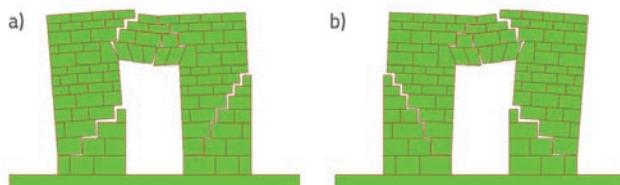
Slika 13. Linearno rastuće horizontalno ubrzanje podlove u funkciji vremena

Ove analize provedene su s ciljem da se dobije mehanizam sloma zidova, te da se pronađe minimalno horizontalno ubrzanje podlove pri kojem jedan dio zida uslijed prevladavanja momenta oko rubne točke od horizontalne inercijalne sile nad momentom

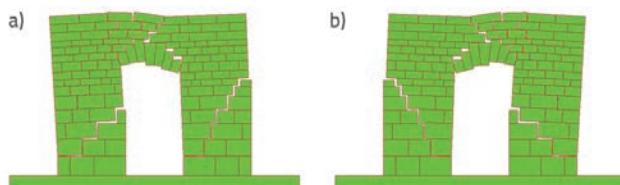
od sile gravitacije započinje rotaciju, sve dok napisljetu ne dođe do prevrtanja tog dijela zida. Mehanizmi sloma zidova prikazani su na slikama 14. do 20.



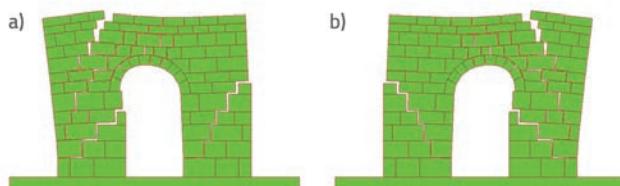
Slika 14. Mehanizam sloma nadvoja tipa A za: a) pozitivno ubrzanje podloge; b) negativno ubrzanje podloge



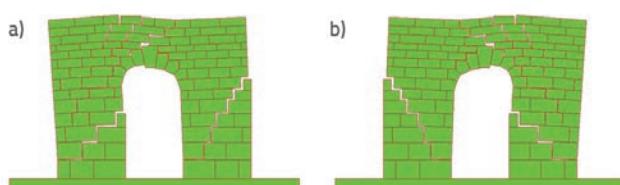
Slika 15. Mehanizam sloma nadvoja tipa B za: a) pozitivno ubrzanje podloge; b) negativno ubrzanje podloge



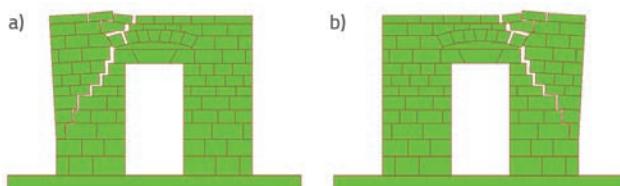
Slika 16. Mehanizam sloma nadvoja tipa C za: a) pozitivno ubrzanje podloge; b) negativno ubrzanje podloge



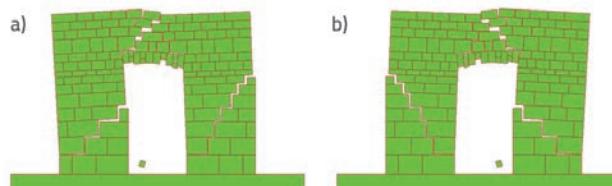
Slika 17. Mehanizam sloma nadvoja tipa D za: a) pozitivno ubrzanje podloge; b) negativno ubrzanje podloge



Slika 18. Mehanizam sloma nadvoja tipa E za: a) pozitivno ubrzanje podloge; b) negativno ubrzanje podloge



Slika 19. Mehanizam sloma nadvoja tipa F za: a) pozitivno ubrzanje podloge; b) negativno ubrzanje podloge



Slika 20. Mechanizam sloma nadvoja tipa G za: a) pozitivno ubrzanje podloge; b) negativno ubrzanje podloge

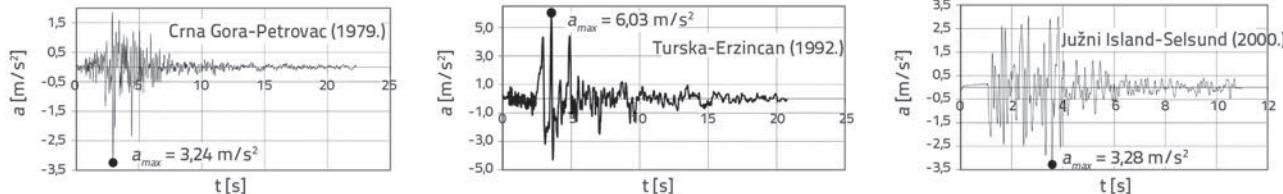
U tablici 1. prikazane su vrijednosti horizontalnog ubrzanja podloge pri kojem je uočena prva pojava odvajanja susjednih blokova koja se događa zbog rotacije pojedinih dijelova zidova. Može se uočiti da je minimalno ubrzanje podloge koje uzrokuje pojavu rotacije jednog dijela zida kod svih zidova približno slično i iznosi oko  $0,4 \text{ g}$  gdje je  $g$  gravitacijska konstanta koja je usvojena u iznosu od  $9,81 \text{ m/s}^2$ . Ako bi se zanemarila elastična svojstva kamenih blokova, tada se ne može očekivati da bilo koja potresna pobuda čije je vršno ubrzanje manje od onog prikazanog u tablici 1. ne bi izazvala relativne pomake među kamenim blokovima.

Tablica 1. Ubrzanje podloge pri kojem je uočena pojava rotacije dijela zida

Tip nadvoja	Ubrzanje
A	$0,39 \text{ g}$
B	$0,38 \text{ g}$
C	$0,41 \text{ g}$
D	$0,40 \text{ g}$
E	$0,41 \text{ g}$
F	$0,39 \text{ g}$
G	$0,38 \text{ g}$

### 3.2. Ubrzanje podloge u obliku potresne pobude

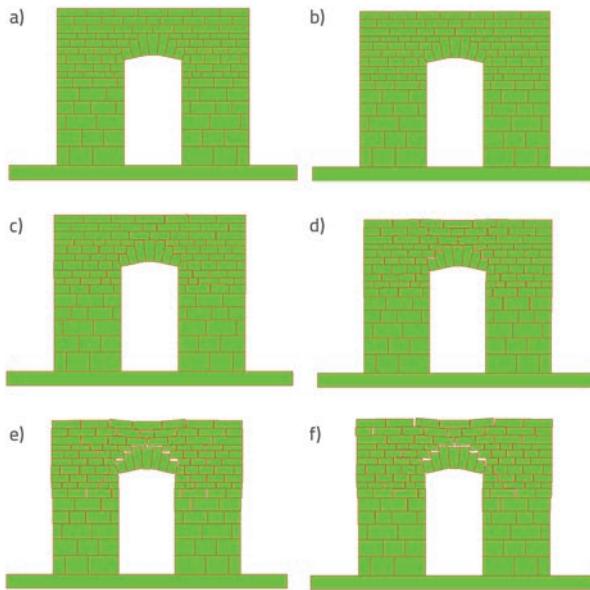
U nastavku je provedena analiza stabilnosti promatranih nadvoja izloženih potresnoj pobudi. U tu svrhu korišteni su horizontalni zapisi ubrzanja tla koji su snimljeni za vrijeme potresa u Petrovcu (Crna Gora) 1979., Erzincanu (Turska) 1992. te Selsundu (Južni Island) 2000. Zapisi navedenih potresa preuzeti su iz baze podataka European Strong-motion Database i prikazani na slici 21. Budući da se za realne podatke iz akcelerograma nisu mogle uočiti razlike u nosivosti analiziranih okvira, njihova je amplituda postupno povećavana sve dok se nije dogodio slom konstrukcije. Zbog velikog broja izlaznih rezultata, na slici 22. prikazan je odgovor samo zida C, izloženog akcelerogramu koji odgovara potresu Erzincan skaliranog na vršno ubrzanje od  $a_{max} = 0,6 \text{ g}$ , u različitim vremenskim trenucima. Iz prikazanih rezultata može se uočiti da vršna ubrzanja podloge veća od minimalnog ubrzanja koje uzrokuje slom konstrukcije (tablica 1) traju suviše kratko da bi se dio zida mogao prevrnuti. Međutim, naizmjenični skokovi u amplitudi ubrzanja podloge u pozitivnom i negativnom smjeru dovode do relativnog horizontalnog razmicanja blokova,



Slika 21. Akcelerogram potresa: a) Crna Gora- Petrovac (1979.); b) Turska- Erzincan (1992.); c) Južni Island- Selsund (2000.).

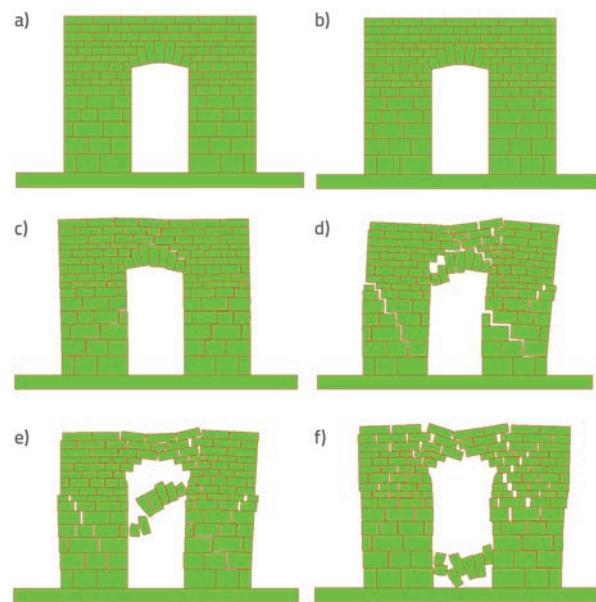
što je posebno vidljivo u gornjem dijelu konstrukcije u kojem lučni nadvratnik predaje horizontalne komponente reakcija na okolini dio zida.

Na slici 22. prikazan je odgovor zida C na isti potres skaliranog na vršno ubrzanje od  $a_{g,0} = 1,2 \text{ g}$ , u različitim vremenskim trenucima. Iz prikazanih rezultata može se vidjeti da mesta otvaranja pukotina među kamenim blokovima tijekom potresne pobude odgovaraju mehanizmu sloma koji se javlja za vrijeme linearнog ubrzanja podloge. Također se može vidjeti da je mehanizam sloma promatranog zida uslijed potresne pobude uzrokovani relativnim razmicanjem kamenih blokova. Naime, kada horizontalni pomaci blokova postanu dovoljno veliki da se kameni nadvratnik više nema gdje osloniti, dolazi do urušavanja konstrukcije.

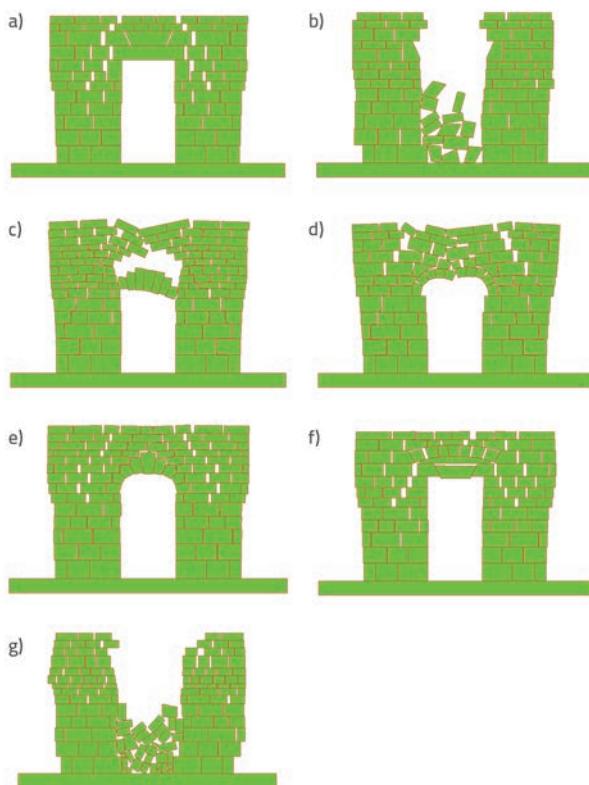
Slika 22. Okvir C tijekom potresa Erzincan skaliranog na vršno ubrzanje  $a_g = 0,60 \text{ g}$  u vremenu: a)  $t = 0,00 \text{ s}$ ; b)  $t = 1,94 \text{ s}$ ; c)  $t = 2,86 \text{ s}$ ; d)  $t = 4,07 \text{ s}$ ; e)  $t = 7,70 \text{ s}$ ; f)  $t = 18,49 \text{ s}$ 

Iz prikazanih rezultata također se mogu uočiti specifičnosti kamenih suho zidanih konstrukcija u odnosu na monolitne konstrukcije, kao što su armiranobetonske konstrukcije. Naime, kod kamenih konstrukcija, bilo koja potresna pobuda koja ima maksimalno vršno ubrzanje veće od minimalnog ubrzanja koje uzrokuje prevrtanje jednog dijela konstrukcije dovodi do pojave relativnog razmicanja kamenih blokova.

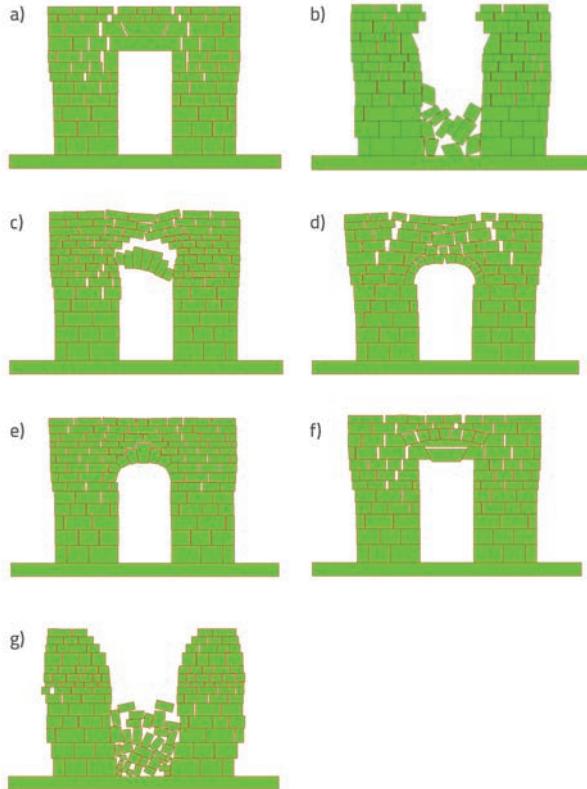
Kamena konstrukcija koja bi bila izložena nizu takvih potresa relativno nižih amplituda, gdje svaki idući potres doprinosi međusobnom razmicanju kamenih blokova, također bi u određenom trenutačku doživjela slom. Ocenjivanje potresne otpornosti kamenih konstrukcija na temelju više potresa, gdje se konstrukcija uvek promatra u nedeformiranoj konfiguraciji, može navesti na krive zaključke i dati privedno mnogo veću otpornost na potresno djelovanje.

Slika 23. Okvir C tijekom potresa Erzincan skaliranog na vršno ubrzanje  $a_g = 1,20 \text{ g}$  u vremenu: a)  $t = 0,00 \text{ s}$ ; b) pojava prve pukotine u vremenu  $t = 3,58 \text{ s}$ ; c)  $t = 3,90 \text{ s}$ ; d)  $t = 4,38 \text{ s}$ ; e)  $t = 4,68 \text{ s}$ ; f)  $t = 19,49 \text{ s}$ 

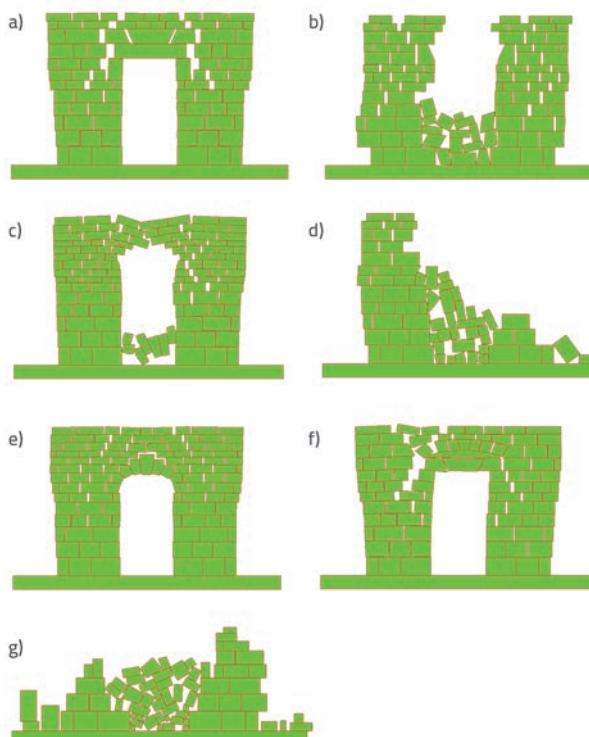
Na slikama 24. do 26. redom je prikazano stanje svih sedam zidova nakon djelovanja potresa u Petrovcu, Erzincanu i Selsundi čije su amplitude uvećane do maksimalnog vršnog ubrzanja od  $a_{max} = 1,20 \text{ g}$ . Iz prikazanih rezultata može se vidjeti da nadvratnici koji mogu podnijeti veća horizontalna razmicanja kamenih blokova imaju veću otpornost na potresno djelovanje. U provedenim analizama to su nadvratnici tipa A, E i F. Također je vidljivo da nadvratnik tipa G, koji je sastavljen od više manjih kamenih blokova, ima vrlo malu potresnu otpornost budući da kod njega vrlo mala horizontalna razmicanja kamenih blokova uzrokuju slom konstrukcije. Niža potresna otpornost također je uočena kod nadvratnika tipa C u odnosu na nadvratnik tipa E,



Slika 24. Stanje nakon djelovanja potresa Petrovac skaliranog na maksimalno vršno ubrzanje od 1,2 g u: a) zidu A; b) zidu B; c) zidu C; d) zidu D; e) zidu E; f) zidu F; g) zidu G



Slika 26. Stanje nakon djelovanja potresa Selsund skaliranog na maksimalno vršno ubrzanje od 1,2 g u: a) zidu A; b) zidu B; c) zidu C; d) zidu D; e) zidu E; f) zidu F; g) zidu G



Slika 25. Stanje nakon djelovanja potresa Erzincan skaliranog na maksimalno vršno ubrzanje od 1,2 g u: a) zidu A; b) zidu B; c) zidu C; d) zidu D; e) zidu E; f) zidu F; g) zidu G

iako su na prvi pogled dosta slični. Razlog ovome leži u činjenici da nadvratnik tipa C ima mnogo pliči luk tako da on, osim što je osjetljiviji na horizontalno razmicanje ležajeva, zbog postojanja horizontalnih reakcija i sam pridonosi razdvajajući lijevog i desnog oslonca i napisljetku sloma konstrukcije.

Oblik kamenih blokova u luku također ima veliku ulogu u potresnoj otpornosti. Uspoređujući nadvratnik tipa D i E, kod kojih je promjer luka jednak otvoru kojeg premošćuju i kod kojih prevladavaju vertikalne reakcije nad osloncem, može se vidjeti da nadvratnik tipa E ima veću potresnu otpornost.

Ovo se može objasniti činjenicom da se nadvratnik tipa E sastoji od izduženijih blokova koji onemogućuju stvaranje zglobova u luku koji dovode do urušavanja konstrukcije kao što je to slučaj s nadvratnikom tipa D.

Također se može uočiti da je potresna otpornost ravnih nadvratnika koji se sastoje od više kamenih blokova, kao što je to nadvratnik tipa B, manja u odnosu na lučne nadvratnike budući da su ravnii nadvratnici osjetljiviji na relativna razmicanja kamenih blokova.

#### 4. Zaključak

U ovom radu prikazana je primjena kombinirane metode konačno-diskretnih elemenata u analizi stabilnosti kamenih nadvoja. Prikladnost te metode u analizi promatranih

problema jest mogućnost modeliranja svakog bloka kao posebnog diskretnog elementa, mogućnost modeliranja kontaktne interakcije među kamenim blokovima uključujući suho trenje te gubitak energije uslijed sudara dva bloka, mogućnost modeliranja deformabilnosti kamenih blokova, te uzimanje u obzir velikih pomaka i rotacija. Također je moguće, preko kontaktnih elemenata implementiranih između mreže konačnih elemenata pojedinog bloka, uzeti u obzir mogućnost raspucavanja kamenih blokova uslijed prekoračenja čvrstoće materijala u vlaku i posmiku. Međutim, u provedenim analizama to nije uzeto u obzir budući da su naprezanja u konstrukciji relativno mala, a vrijeme proračuna je znatno smanjeno.

Sedam različitih tipova kamenih nadvoja izloženo je horizontalnom monotono rastućem ubrzaju podloge, te horizontalnim ubrzanjima podloge snimljenima za vrijeme tri realna potresa, čija je amplituda postupno povećavana sve do sloma konstrukcije. U provedenim analizama ispitano je na koji način dolazi do sloma promatranih kamenih konstrukcija, kakav je mehanizam sloma pojedinog zida, na koji način različiti predlošci kamenih blokova u kamenom nadvoju utječu na potresnu otpornost konstrukcije, te koji tip kamenog nadvoja ima najveću potresnu otpornost. Kao mjera potresne otpornosti konstrukcije usvojena je minimalna amplituda horizontalnog ubrzanja podloge uslijed koje se događa slom konstrukcije.

Na temelju rezultata numeričkih analiza provedenih u sklopu rada može se zaključiti da promatrane zidane konstrukcije imaju značajnu otpornost na potresno djelovanje. Na temelju linearne rastućeg horizontalnog ubrzanja podloge određeno je minimalno vršno ubrzanje podloge koje dovodi do relativnih pomaka među kamenim blokovima. Mehanizam sloma dobiven na temelju linearne rastućeg horizontalnog ubrzanja podloge

odgovara predlošku otvaranja pukotina među kamenim blokovima koje se javlja kod zidova izloženih potresnoj pobudi. Također se može uočiti da je otpornost promatranih zidova na potresno djelovanje znatno veća od otpornosti na linearne rastuće horizontalne ubrzane podloge. Razlog tome je što vršna ubrzanja kod potresne pobude ne traju dovoljno dugo vremena da bi se dio konstrukcije uspio prevrnuti, nego se naizmjenično izmjenjuju u jednu i drugu stranu što uzrokuje otvaranje i zatvaranje pukotina među kamenim blokovima. Pri svakom ovakov ponovljenom ciklusu dolazi do pojave trajnih pukotina među vertikalnim sljubnicama kamenih blokova i naponsjetku, kada horizontalno razmicanje blokova postane dovoljno veliko da nadvoj više nema gdje predati vertikalnu komponentu reakcije, dolazi do sloma konstrukcije. U tom pogledu veću otpornost na potresno djelovanje imaju nadvratnici koji mogu podnijeti veća horizontalna razmicanja među kamenim blokovima. U provedenim analizama to su nadvratnici tipa A, E i F. Preporuka je izbjegavati nadvoje od malih kamenih blokova kao što je nadvoj tipa G, budući da kod njih vrlo mala horizontalna razmicanja kamenih blokova uzrokuju slom konstrukcije. Kod nadvoja u obliku lukova preporučljivo je da horizontalna reakcija luka na okolini zid bude što manja, odnosno da je uopće nema, što je slučaj kod lukova čiji je promjer jednak širini otvora. Takvi lukovi otporniji su na horizontalno razmicanje blokova. Upravo je zbog ove činjenice nadvoj tipa E otporniji od nadvoja tipa C. Oblik kamenih blokova u luku također ima veliku ulogu u potresnoj otpornosti. Poželjno je da oblik kamenih blokova onemogući stvaranje zglobova u luku, odnosno da ne dođe do relativne rotacije među kamenim blokovima što vodi do urušavanja luka, kao što je slučaj s nadvojem tipa D. To se može postići s izduženijim blokovima, kao što je slučaj kod nadvoja tipa E.

## LITERATURA

- [1] Mola, F., Vitaliani, R.: Analysis, diagnosis and preservation of ancient monuments: the St. Mark's Basilica in Venice, *Structural Analysis of Historical Constructions*, CIMNE, pp. 166–188, 1997.
- [2] Macchi, G., Ruggeri, M., Eusebio, M., Moncecchi, M.: Structural assessment of the leaning tower of Pisa, *Structural preservation of the architectural heritage*, IABSE, Zürich, Switzerland, pp. 401–408, 1993.
- [3] Macchi, G.: Diagnosis of the façade of St. Peter's Basilica in Rome, P.B. Lourenço and P. Roca (eds): *Historical Constructions*, Universidade do Minho, Guimarães, pp. 309–317, 2001.
- [4] Croci, G.: The Colosseum: safety evaluation and preliminary criteria of intervention, *Structural Analysis of Historical Constructions*, Barcelona 1995.
- [5] Pela, L., Aprile, A., Benedetti, A.: Seismic assessment of masonry arch bridges, *Engineering Structures*, 31, pp. 1777–1788, 2009., doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.02.012>
- [6] Radnić, J., Harapin, A., Smilović, M., Grgić, N., Glibić, M.: Static and dynamic analysis of the old stone bridge in Mostar, *Građevinar*, 64 (8), pp. 655–665, 2012.
- [7] Cundall, P.A.: A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems, In *Proceedings of the Symposium on Rock Fracture* (ISRM), 1, paper II-8, 1971.
- [8] Pagnoni, T.: Seismic analysis of masonry and block structures with the discrete element method, In: *Proc 10th European conference on earthquake engineering*, 3, pp. 1674–1694, 1994.
- [9] Sincraian, G.E.: *Seismic behaviour of blocky masonry structures. A discrete element method approach*, PhD Dissertation, IST, Lisbon, Portugal, 2001.
- [10] Lemos, J.V.: Discrete element modelling of the seismic behaviour of stone masonry arches, *Proceedings of the Fourth International Symposium on Computer Methods in Structural Masonry*, pp. 220–227, 1998.
- [11] Petrinic, N.: *Aspects of discrete element modelling involving facet-to-facet contact detection and interaction*, Ph.D. Dissertation, University of Wales, U.K., 1996.
- [12] Barbosa, B.E.: Discontinuous structural analysis, In *Proceedings of the 11th World Conference on Earthquake Engineering*, Elsevier, pp. 830, 1996.

- [13] Mamaghani, I.H.P., Aydan, O., Kajikawa, Y.: Analysis of masonry structures under static and dynamic loading by discrete finite element method, *Journal of Structural Mechanics and Earthquake Engineering* (JSCE), 16, pp. 75-86, 1999., doi: [http://dx.doi.org/10.2208/jscej.1999.626\\_1](http://dx.doi.org/10.2208/jscej.1999.626_1)
- [14] Munjiza, A.: *The combined finite-discrete element method, First edition*, John Wiley & Sons, 2004., doi: <http://dx.doi.org/10.1002/0470020180>
- [15] Munjiza, A., Knight, E.E., Rougerie, E.: *Computational Mechanics of Discontinua, First edition*, John Wiley & Sons, 2012.
- [16] Munjiza, A., Andrews, K.R.F., White, J.K.: Combined single and smeared crack model in combined finite-discrete element method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 44, pp. 41-57, 1999., doi: [http://dx.doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0207\(19990110\)44:1<41::AID-NME487>3.3.CO;2-1](http://dx.doi.org/10.1002/(SICI)1097-0207(19990110)44:1<41::AID-NME487>3.3.CO;2-1)
- [17] Smoljanović, H., Živaljić, N., Nikolić, Ž.: A combined finite-discrete element analysis of dry stone masonry structures, *Engineering Structures*, 52, pp. 89-100, 2013., doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.02.010>
- [18] Smoljanović, H., Živaljić, N., Nikolić, Ž.: Nelinearna analiza građevinskih konstrukcija kombiniranim metodom konačno-diskretnih elemenata, *Građevinar*, 65 (4), pp. 331-344, 2013.
- [19] Oliveira, D.V.: *Experimental and numerical analyses of blocky masonry structures under cyclic loading, Ph.D. dissertation*, GUIMARÃES, Portugal, University of Minho, 2003.
- [20] Munjiza, A., Andrews, K.R.F., White, J.K.: NBS contact detection algorithm for bodies of similar size, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 43, pp. 131-149, 1998., doi: [http://dx.doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0207\(19980915\)43:1<131::AID-NME447>3.0.CO;2-S](http://dx.doi.org/10.1002/(SICI)1097-0207(19980915)43:1<131::AID-NME447>3.0.CO;2-S)
- [21] Munjiza, A., Andrews, K.R.F., White, J.K.: Penalty function method for combined finite-discrete element system comprising large number of separate bodies, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 49, pp. 1377-1396, 2000., doi: [http://dx.doi.org/10.1002/1097-0207\(20001220\)49:11<1377::AID-NME6>3.3.CO;2-2](http://dx.doi.org/10.1002/1097-0207(20001220)49:11<1377::AID-NME6>3.3.CO;2-2)
- [22] Xiang, J., Munjiza, A., Latham, J.P., Guises, R.: On the validation of DEM and FEM/DEM models in 2D and 3D, *Engineering Computations*, 26, pp. 673-687, 2009., doi: <http://dx.doi.org/10.1108/02644400910975469>
- [23] Koški Ž., Bošnjak N., Brkanić I.: *Elementi visokogradnje I (sažetak predavanja)*, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku – Građevinski fakultet, Osijek, 2012.
- [24] Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities, (2014) Version 2.8.5.